Т.А. Шульгина, И.Е. Левченко

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ

Учебно-методическое пособие

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
«Южно-Уральский государственный
гуманитарно-педагогический университет»
Южно-Уральский научный центр
Российской академии образования

Т.А. Шульгина, И.Е. Левченко

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ

Учебно-методическое пособие

Челябинск
2023

УДК 51(07)(021)
ББК 74.262.21я73
Ш 95

Шульгина, Т.А. Преподавание математики в России: учебно-методическое пособие / Т.А. Шульгина, И.Е. Левченко; Министерство просвещения РФ; Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет. – Челябинск: Издательство ЮУрГГПУ, 2023. – 264 с. – ISBN 978-5-907611-76-4. – Текст: непосредственный.

Издание, построенное в соответствии с проблемно-хронологическим подходом, содержит краткую информацию об образовательных и научных учреждениях и персоналиях, фрагменты из исторических документов, публикаций математиков и педагогов, тесты и задания для самостоятельной работы, посвященные преподаванию математики в России в XVIII – начале XXI веков. Учебно-методическое пособие призвано способствовать развитию профессиональных компетенций студентов при анализе проблем преподавания математики.

Пособие адресовано студентам, обучающимся по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), профиль «Физика. Математика» и профиль «Математика. Информатика».

Издание предназначено для самостоятельной работы при подготовке к лекционным и семинарским занятиям по курсу «Методика обучения математике».

ISBN 978-5-907611-76-4

Рецензенты: Е.А. Суховиенко, д-р пед. наук, профессор
Н.В. Муравьева, канд. пед. наук, доцент

© Шульгина Т.А., Левченко И.Е., 2023
© Издательство Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Противоречия цифровизации российского общества обусловливают необходимость глубокого овладения будущими учителями математики профессиональными компетенциями. Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки), профиль «Физика. Математика» и профиль «Математика. Информатика».

Курс «Методика обучения математике» тесно связан с такими модулями, как «Мировоззренческий», «Коммуникативный», «Психолого-педагогический», «Методический», «Математика» и др.

Материалы в данном пособии размещены в соответствии с проблемно-хронологическим подходом. В каждой теме основное внимание уделяется отдельному историческому периоду и современному опыту преподавания математики в определенных классах общеобразовательных школ.

Освоение курса предполагает систематическую работу. Этот процесс предполагает знакомство студентов в разделе *Образовательные, научные и административные* *учреждения* с ведущими отечественными институтами, внесшими весомый вклад в производство и распространение математического знания.

Раздел *Персоналии* содержит краткие биографии ученых, педагогов, общественных и государственных деятелей, способствовавших развитию математического образования в нашей стране.

Раздел *Извлечения из публикаций* включает фрагменты документов и специальной литературы, посвященных преподаванию математики. Обладая силой яркой доказательности, извлечения могут привлечь внимание студентов к изучаемым проблемам, активизировать восприятие и помочь организовать их мышление, способствуя развитию познавательных интересов и аналитических навыков. Всё это обеспечивает более глубокое и прочное усвоение материала.

При отборе извлечений авторы руководствовались стремлением всесторонне представить основные разделы курса «Методика обучения математике». Извлечения из публикаций (при сокращении в текстах поставлено отточие в квадратных скобках) могут быть использованы при подготовке к лекционным и семинарским занятиям.

Важным условием успешного «раскрытия» студентом профессиональных «тайн» выступает его исследовательская работа. В данном случае это означает подготовку *реферата* и/или *доклада*: исходя из собственных пристрастий и интересов, можно выбрать ту или иную тему, согласовав ее с преподавателем. Оптимальный выбор – это тема, связанная с проблемой, рассматриваемой студентом в выпускной квалификационной работе.

Рекомендуется активно использовать учебную и монографическую литературу, указанную в *списке литературы*, рекомендуемой к занятиям. Однако ее при освоении дисциплины иногда бывает недостаточно, так как студенты имеют дело с отраслями науки, постоянно подпитываемыми новыми данными, полученными в ходе прикладных исследований и фундаментальных изысканий. Поэтому целесообразно обращение к специализированным изданиям (например, «Квант», «Математическое просвещение», «Математика в школе», «Современные проблемы математики», «Челябинский физико-математический журнал» и др.) и сайтам Интернета.

Задания для самостоятельной работы необходимы для систематизации и закрепления учебного материала. К их числу относятся: выполнение тестов, подготовка и анализ учебных и научных текстов, заполнение таблиц, написание эссе и др. Ряд упражнений основан на фрагментах из математических и педагогических исследований, исторических и художественных источников. Некоторые задания имеют дискуссионный характер и не имеют однозначного решения.

Все задачи имеют различную степень сложности, каждая из них оценивается каким-либо количеством баллов. Применение рейтинговой системы позволяет дифференцированно определить уровень и качество знаний студентов по предмету.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

1) знать:

– основные понятия и принципы дидактики математики;

– структурные элементы урока и основные требования к ним;

– виды планирования деятельности учителя;

– методы обучения школьной математике;

– структуру и содержание учебников по математике;

2) уметь:

– разрабатывать и составлять план-конспект урока, факультатива, кружка;

– составлять планирование работы учителя;

– проводить анализ плана-конспекта урока;

– проводить анализ проведения урока, факультатива;

3) владеть:

– методами организации учебной деятельности;

– способностью отбора форм и методов для занятий по математике;

– способностью разрабатывать уроки с учетом уровневой дифференциации.

Информация и навыки, приобретенные в процессе изучения курса «Методика обучения математике», необходимы будущим специалистам для последующей плодотворной профессиональной деятельности.

ТЕМА 1. ВЕК ПРОСВЕЩЕНИЯ И ВЕК НЫНЕШНИЙ

1.1. Образовательные, научные и административные учреждения

Академическая гимназия (1724–1805) – первое общеобразовательное среднее учебное заведение в Российской империи для мальчиков из свободных сословий. Учреждена при Петре I как часть Академического комплекса. Полный гимназический курс был рассчитан на 7 лет; предметы для изучения: латынь, немецкий и французский языки, русская словесность, история, география, математика, естественные науки, рисование.

Академия морской гвардии (Морская академия) (1715–1752) – военное учебное заведение вооружённых сил Российской империи для подготовки специалистов флота. Здесь изучались математика, плоская и сферическая тригонометрия, навигация, астрономия, артиллерия и другие науки.

Главные народные училища (1783–1804) – начальные учебные заведения, в которые принимались дети всех сословий, кроме крепостных крестьян. Состояли из 4-х классов. Первые два класса соответствовали курсу Малого народного училища, в 3 классе изучались катехизис, арифметика, всеобщая история, география, российская грамматика с упражнениями и чистописание. 4 класс имел два отделения, обучение в нем длилось соответственно два года. В 4 классе изучалась история (всеобщая и русская), география, российская грамматика, геометрия, механика, физика, естественная история, гражданская архитектура и рисование. Желающие могли подготовиться к должности учителя малых народных училищ. Для этого изучался курс методики обучения («способ учения»). В каждом училище было до 6 учителей, использовалась классно-урочная система.

Императорская академия наук в Санкт-Петербурге (1724–1917) – первое высшее научное учреждение Российской империи.

Императорский Московский университет (1755–1917) – старейший университет Российской империи, учреждённый указом императрицы Елизаветы Петровны «Об учреждении Московского университета и двух гимназий», согласно проекту, выработанному меценатом и вельможей И.И. Шуваловым при участии М.В. Ломоносова.

Киево-Могилянская академия (Academia Kiioviensis Mohileana) (1701–1817) – высшее учебное заведение в Киеве. Обучение было открытым для всех сословий общества. Язык преподавания – латинский, с 1751 года начали преподавать русский язык и поэзию, с 1784 года было запрещено читать лекции на украинском языке. Процесс обучения длился двенадцать лет и разделялся на восемь классов. В неординарных классах преподавалась математика (курсы включали алгебру, геометрию, оптику, диоптрику, физику, гидростатику, гидравлику, архитектуру, механику, математическую хронологию).

Малые народные училища (1786–1804) – начальные учебные заведения для непривилегированных сословий с 2-годичным сроком обучения. Во втором классе изучались пространный катехизис, арифметика, грамматика русского языка, чистописание и рисование. Обучение в малых народных училищах было бесплатным, но книги и пособия ученики приобретали за свой счет (малоимущим ученикам учебники выдавались бесплатно). В каждом училище было по два учителя.

Морской шляхетский кадетский корпус (1752–1762) – военно-морское учебное заведение в Петербурге, созданное на базе Морской академии, впоследствии – Морской кадетский корпус (1762–1917).

Сухопутный шляхетский кадетский корпус (1731–1743) – военное учебное заведение в Петербурге, впоследствии – Сухопутный кадетский корпус (1743–1766).

Школа математических и навигацких наук (1701–1753) – первое в России артиллерийское, инженерное и морское училище, основано в Москве по указу Петра Великого.

Учительские семинарии (1779–1917) – средние специальные учебные заведения, предназначенные для подготовки преподавателей начальной школы. Первая была открыта при Московском университете, в ней готовили небольшое число преподавателей для Московской и Казанской гимназий и некоторых пансионов. Позднее заведение такого же типа было учреждено в Петербурге (1786) и в других регионах для подготовки учителей в главные народные училища.

Церковно-приходские школы (ЦПШ) (1653–1917) – в России начальные школы при церковных приходах находились в ведении духовного ведомства, то есть Святейшего правительствующего синода. В одноклассных ЦПШ изучали Закон Божий, церковное пение, письмо, арифметику, чтение. В двухклассных школах, кроме этого, изучалась история.

1.2. Персоналии

Аничков Дмитрий Сергеевич (1733–1788) – российский просветитель, философ, логик, математик; экстраординарный профессор (1771), ординарный профессор кафедры философии (логика, метафизика, нравоучение) (1777–1788) философского факультета Московского университета.

Бецкой (Бецкий) Иван Иванович (1704–1795) – деятель русского Просвещения, личный секретарь императрицы Екатерины II (1762–1779), президент Императорской Академии художеств (1763–1794), инициатор создания

Смольного института (1764) и Воспитательных домов в Москве (1764) и Санкт-Петербурге (1770).

Брюс Яков Вилимович (Bruce James Daniel) (1669–1735) – российский государственный деятель, граф (1721), военачальник, дипломат, инженер и учёный, один из ближайших сподвижников Петра I. Был руководителем первого в России артиллерийского, инженерного и морского училища, составил первый печатный русский учебник по геометрии.

Войтяховский Ефим Димитриевич (1742–1812) – российский педагог-математик. Кадровый военный, служил штык-юнкером артиллерии. Преподавал в Артиллерийском и инженерном шляхетном корпусе. Открыл в Москве частную математическую школу (1781). Автор пятитомного учебника «Полный курс чистой математики» (1786–1790), который выдержал несколько изданий.

Головин Михаил Евсеевич (1756–1790) – российский физик и математик, адъюнкт (1776–1786) и почётный член (1786) Петербургской Академии наук. Профессор Петербургской учительской семинарии с 1786 г. Один из первых методистов-математиков, автор учебников по арифметике, геометрии, тригонометрии и механике.

Козельский Яков Павлович (до 1729 – после 1793) – российский философ, просветитель, переводчик, писатель, педагог и политический деятель. Выпускник Киево-Могилянской академии (1750), ученик академической гимназии при Санкт-Петербургской Академии наук (1751–1752), студент (1752–1753) и преподаватель

(1754–1757) Петербургского академического университета. Статский надворный советник, член правления Малороссийской коллегии, один из авторов Нового уложения законов Российской империи, сторонник абсолютизма. Автор сочинений по математике, механике, артиллерийскому делу и др.

Котельников Семён Кириллович (1723–1806) – российский математик, ученик Л. Эйлера (1752–1756), ординарный академик Санкт-Петербургской академии наук (1757), член Российской академии (1783). Преподавал в Морском шляхетском кадетском корпусе математические и навигационные науки.

Крафт Георг Вольфганг (Kraft Georg Wolfgang) (1701–1754) – немецкий физик и математик, академик Санкт-Петербургской академии наук (1733).

Курганов Николай Гаврилович (1725 или 1726–1790 или 1796) – российский просветитель, педагог, математик, военный моряк, автор и составитель учебников.

Ломоносов Михаил Васильевич (1711–1765) – российский ученый-энциклопедист, просветитель, разработчик проекта Московского университета. Статский советник, профессор химии (1745), действительный член Санкт-Петербургской Императорской академии наук (1745) и почётный член Королевской Шведской и Болонской академий наук.

Магницкий (фамилия при рождении – Телятин или Теляшин) Леонтий Филиппович (1669–1739) – российский математик, педагог. Преподаватель математики в Школе математических и навигацких наук в Москве (1701–1739), автор первого в России учебного пособия по математике, «Арифметика, сиречь наука числительная. С разных диалектов на славянский язык переведённая, и воедино собрана, и на две части разделённая».

Румовский Степан Яковлевич (1734–1812) – российский астроном и математик, один из первых русских академиков (1767). Иностранный член Стокгольмской Академии наук, инициатор открытия Казанского университета, автор учебника «Сокращения математики» (1760).

Салтыков Фёдор Степанович (?–1715) – боярин, спальник, сподвижник Петра I, морской агент в Лондоне, автор различных проектов.

Фарварсон (Фархварсон) Андрей Данилович (Fargwarson Henry) (1674–1739) – шотландский математик, преподаватель математики в Абердинском университете (1696–1798), в Школе математических и навигацких наук в Москве (1701–1715) и в Морской академии в Петербурге (1716–1739), редактор учебных изданий по математике и навигации.

Феофан (в миру Елисей) **Прокопович** (1681–1736) – российский политический и духовный деятель, богослов, писатель, поэт, математик, философ, переводчик, публицист, универсальный ученый. Ректор Киево-Могилянской академии (1710–1716), архиепископ Псковско-Великолукский и Нарвский (1718–1725), Великоновгородский (1725–1736). Первый вице-президент Святейшего правительствующего синода (1721), первенствующий член Синода Православной Российской церкви (1726); проповедник, сподвижник Петра I.

Фусс Николай Иванович (1755–1826) – российский математик швейцарского происхождения, академик Санкт-Петербургской Академии наук (1783), почётный член и член-корреспондент множества научных обществ; действительный статский советник. Профессор математики в Сухопутном кадетском корпусе (1783–1803) и Морском кадетском корпусе (1796–1803).

Эйлер Леонард (Euler Leonhard) (1707–1783) – швейцарский, прусский и российский математик и механик, внёсший фундаментальный вклад в развитие этих наук.

1.3. Извлечения из публикаций

1.3.1. Указ Петра I об основании Школы математических и навигацких наук (1701)[1]

(Извлечение)

[…] Великий государь, царь и великий князь Петр Алексеевич […] указал […] быть математических и навигацких, то есть мореходных, хитростно наук учению. Во учителех же тех наук быть […] математической – Андрею Данилову сыну Фарварсону, навигацкой – Степану

[1] Из Указа Петра I об основании Школы математических и навигацких наук. 14 января 1701 г. Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – RL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st003.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

Гвыну да Ричарду Грейсу, и ведать те науки всяким в снабдении управлением во Оружейной палате боярину Федору Алексеевичу Головину с товарищи, и тех наук ко учению усмотря избирать добровольно хотящих, иных же паче и сопринуждением; и учинить неимущим во прокормление поденный корм усмотря арифметике или геометрии; ежели кто сыщется отчасти искусным, по пяти алтын в день, а иным же по гривне и меньше, рассмотрев коегождо искусства учения; а для тех наук определить двор в Кадашеве мастерские палаты, называемой большой полотяной, и об очистке того двора послать в мастерскую палату постельничему Гавриле Ивановичу Головину свой Великого государя указ, и, взяв тот двор и усмотрев всякие нужные в нем потребы, строить из доходов от Оружейной палаты […].

1.3.2. Л.Ф. Магницкий. Арифметика (1703)[2]

(Извлечение)

[…] *Что есть арифметика?* – Арифметика, или числительница, есть художество честное, независтное и всем удобопонятное, многополезнейшее...

Что есть арифметика политики (Гражданская.)? – Есть числение, сочиненное в толиком удобном образе: яко кийждо может исчислити всякое исчисление, великое и малое, в продажах и куплях, в мерах же и в весах и во всякой цене и во всяких деньгах во вся царства всего мира.

---

[2] *Магницкий Л.Ф.* Арифметика. Текст: электронный // НЭБ: [сайт]. – URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_009995961/ (дата обращения: 10.11.2021).

На колико разделяется арифметика политики? – Разделяется на пять частей. 1. О числах целых. 2. О числах ломаных с долями. 3. О правилах подобных, в трех, в пяти и в седьми перечнях. 4. О правилах фальшивых, еже есть гадательных. 5. О правилах радиксов квадратных и кубических, к геометрии принадлежащих.

Что есть нумерацио? – Нумерацио есть счисление, еже совершенно вся числа речию именовати, яже в десяти знаменованиях или изображениях содержатся и изображаются сице: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, – из них же девять незнаменательны суть, последнее же 0 (еже цифрою или ничем именуется), егда убо оно едино стоит, тогда само о себе ничто же значит; егда же коему оных знаменований приложено будет, тогда умножает вдесятеро, яко же предложено есть ниже сего...

Что есть аддицио? – Аддицио, или сложение, есть дву или многих чисел во едино собрание, или во един перечень совокупление.

Что есть субстракцио? – Субстракцио, или вычитание есть, им же малое число из большого вычитаем и излишнее объявляем.

Что есть мультипликаций? – Мультипликацио, или умножение есть, им же что в числах умножаем или коликим вещем по множеству иных веще раздаем и количество их числом показуем.

Что есть дивизио? – Дивизио, или деление есть, им же большее число или перечень на равные части разделяем, от них же едину, число же показуем. [...]

1.3.3. Ф.С. Салтыков. Пропозиции (1712)[3]

(Извлечение)

Предложение 1

Велеть во всех губерниях учинить по одной академии или по две, а на те академии отдать несколько монастырей, и из тех монастырей вывесть ченцов, только оставить при церквах для служб священников и причетников церковных. […]

Предложение 10

А в тех академиях велеть учить языков для обхождения в разговоре с разными народами: латинского, греческого, немецкого, английского, французского.

Тех языков учат во всех академиях империи, во Франции и в Англии.

Свободных наук	
Для правого и левого писания и глаголания	грамматика
Для стихотворения	поэтика
Для рассуждения натуры	философия
Для познания истинного бога и законов	богословие
Для всяких образов и правлений и известия о всех государствах	истории, универсальных и партикулярных

[3] *Салтыков, Ф.С.* Пропозиции. Текст: электронный / Ф.С. Салтыков // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st007.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

Математических наук	арифметика, геометрия, тригонометрия, навигация, фортификация, артиллерия, механика, статика
Для гражданских и воинских правлений математики	гидростатика, перспектива, архитектура, оптика, гномика (точнее, логика – учебный предмет, изучающий логические операции (суждения и т.д.)), музыка, пиктура (учебный предмет, связанный с изобразительным искусством), скульптура, миниатура
Для знаемости и положения мест	география
Для обороны собственной и для изящества учиться	на лошадях ездить, на шпагах биться, танцевать

1.3.4. Указ Сената (20 января 1714 г.)[4]

(Извлечение)

[…] Послать во все губернии по нескольку человек из школ математических, чтобы учить дворянских детей, кроме однодворцев, приказного чина цифири, геометрии, и положить штраф такой, что невольно будет жениться, пока сего учится. И для того о том к архиереям о сем, дабы памятей венчальных не давали без соизволения тех, которым школы приказаны. […]

[4] Из Указа (Сенатского). 1714, января 20. Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st003.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

1.3.5. Именной Указ «Об учреждении академии» (28 января 1724 г.)[5]

(Извлечение)

[…] Учинить академию, в которой бы учились языкам, также прочим наукам и знатным художествам, и переводили б книги […].

Науки, которые в сей академии могут учинены быть, свободно бы в 3 класса разделить можно: в 1-м классе содержались бы все науки математические и которые от них зависят, во 2-м все части физики; в 3-м гуманиора, история и право.

§ 8. К первому классу четырех персон надобно: первой надлежало бы упражняться […] арифметикой, алгеброй и геометрией и прочими частями теоретическими.

Второй бы тщение иметь к астрономии, географии, навигации. Третьей и четвертой о механике. […]

1.3.6. М.В. Ломоносов. Проект регламента Академической гимназии (1758)[6]

(Извлечение)

§ 22. […] в классе первых оснований наук должна проходиться арифметика.

---

5 Из Именного указа «Об учреждении академии» (28 января 1724 г.). Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st003.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

6 *Ломоносов, М.В.* О воспитании и образовании / М.В. Ломоносов. – Москва: Педагогика, 1991. – С. 163–165, 167.

§ 23. […] В классах первых оснований наук должны проходиться геометрия, тригонометрия, планиметрия и география. […]

§ 25. Арифметика, геометрия и география должны преподаваться на русском языке, первые же основания философии – на латинском. […]

§ 31. В низших классах должны проходиться основные начала немецкого и французского языков, а именно склонения, спряжения, главнейшие правила синтаксиса, вокабулы и разговоры; математика и арифметика. Во втором же классе переводы, стиль во французском и немецком языке, а также математика, геометрия, география и фортификация, рисование же – в Академии художеств. […]

§ 44. Упражнения бывают двоякого рода: одни выполняются в школе, другие задаются на дом. Школьные упражнения выполняются в Гимназии приватно, в присутствии одного учителя или при других классах, а иногда и публично в ректорском классе. Другие же упражнения задаются учителем на дом. […]

§ 62. Гимназист не должен посещать различные классы. Так, если кто изучил все необходимое в низшем русском и латинском классе, но еще не вполне усвоил арифметику низшего класса, не должен переводиться в средний класс. Точно так же, если кто знает арифметику, но еще нетверд в основах латинского языка, тот не должен быть переведен во второй латинский класс. Это должно соблюдаться и по отношению к другим классам, чтобы не получилось беспорядка. […]

1.3.7. Л. Эйлер. Письмо к немецкой принцессе (1760)[7]

(Извлечение)

[…] Надежда продолжить с Вашим Высочеством занятия по геометрии, по-видимому, вновь не сможет осуществиться, что весьма для меня прискорбно. Поэтому я хотел бы прибегнуть к изложению в письменной форме – в той мере, в какой это допускает характер предмета.

Для пробы я постараюсь объяснить В.В., как составить себе точное представление о длине, включая самые малые и самые большие пространства, обнаруживаемые нами в мире. Прежде всего необходимо установить определенную меру, воспринимаемую нашими органами чувств, о которой мы имели бы точное представление, как, например, длину стопы, или фут. Как только мы примем эту длину за меру длины и она предстанет нашему взору, ее можно будет использовать при измерениях других расстояний и размеров, как самых больших, так и самых малых, путем определения в первом случае – числа футов, которые в этой длине содержатся, во втором случае – установив ту часть фута, которая этой длине соответствует. Ибо, ясно представляя себе фут, можно также представить себе его половину, четверть, двенадцатую часть, именуемую дюймом, и сотую, и даже тысячную часть – столь малую, что она почти недоступна

[7] *Эйлер, Л.* Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях / Л. Эйлер. – Санкт-Петербург: Наука, 2002. – С. 8–9.

нашему зрению. Тем не менее нужно принять во внимание, что существуют живые организмы столь же малых размеров. В их членах обращается кровь, и они, по-видимому, содержат еще и другие живые существа, которые – соотносительно с ними – столь же малы, как они сами по отношению к нам. Из этого следует, что самые малые размеры реально существуют в мире и они делимы еще на бесконечно меньшие доли. Так, например, хотя одна десятитысячная часть фута для нас неощутима, она превосходит размеры целого живого существа и должна была бы показаться этому существу весьма большой, если бы оно обладало в какой-то степени сознанием.

Теперь от этих малых величин, непостижимых для нашего ума, перейдем к большим величинам. В.В. знает, что такое миля. Отсюда до Магдебурга восемнадцать миль. Милю считают за 24 000 футов, и эту меру применяют для расстояний от одного места до другого на Земле.

Это позволяет избежать слишком больших чисел, которые получились бы, если бы мы захотели воспользоваться футами. Таким образом, поскольку известно, что миля содержит 24 000 футов, то если говорят, что Магдебург отстоит от Берлина на 13 миль, у нас создается более ясное представление об этом расстоянии, чем если бы сказать, что оно равно 432 000 футов. Ибо столь огромное число может смутить наш разум. Равным образом можно отчетливо вообразить себе размеры всей Земли, если известно, что ее окружность равна 5400 милям. Итак, поскольку Земля имеет форму шара, то диаметр этого шара равен 1720 милям, что дает нам о нем точное представление. Теперь этой величиной можно пользоваться для измерения самых больших расстояний, обнаруживаемых в небесном пространстве. Из небесных тел ближе всего к нам Луна. Ее расстояние от Земли составляет около 30 земных диаметров, что соответствует 51 600 милям, или же 1 238 400 000 футам; но первая величина, т.е. 30 земных диаметров, нам более понятна. Солнце отстоит от нас приблизительно в 300 раз дальше Луны. Выразив это расстояние через 9000 земных диаметров, мы получим о нем более ясное представление, чем если бы захотели выразить его в милях или тем более в футах. Вашему Высочеству известно, что Земля обращается вокруг Солнца за год и что Солнце остается неподвижным. Однако помимо Земли имеется еще пять других тел, называемых планетами, которые обращаются подобным же образом вокруг Солнца, на расстояниях меньших, чем Земля, – как Меркурий и Венера, или больших – как Марс, Юпитер и Сатурн.

Все другие светила, которые мы видим, за исключением комет, называются неподвижными, и они отстоят от нас несравненно дальше, чем Солнце. Расстояния, которые отделяют их от нас, без сомнения, чрезвычайно различны, и поэтому некоторые из них кажутся нам меньше других. Но ближайшая к нам звезда, очевидно, отстоит от Земли на расстояние, в 5000 раз превышающее расстояние от Солнца, иными словами, превосходящее 45 000 000 земных диаметров. Выраженная в милях эта величина была бы равна 77 400 000 000. Наконец, если умножить это число на 24 000, то получим это невероятное расстояние, выраженное в футах. Причем здесь речь идет только о ближайших к нам неподвижных звездах. Что касается самых далеких звезд, которые мы видим, то расстояния, отделяющие их от нас, будут еще в сто раз больше. Тем не менее можно себе представить, что все эти звезды в совокупности составляют только крайне малую часть Вселенной, по отношению к которой эти необычайные расстояния оказываются не больше, чем песчинка в сравнении с земным шаром. Весь этот необъятный мир является творением Всемогущего Создателя, который управляет как самыми большими, так и самыми малыми телами и определяет успехи нашего оружия, в которых мы кровно заинтересованы. […]

1.3.8. И.И. Бецкой. Устав воспитания двухсот благородных девиц (1764)[8]

(Извлечение)

[…] О разделении принимаемых девиц на четыре возраста.

I. Возраст от шести до девяти лет.

Учение: 1. Исполнение закона и катехизм; 2. Все части воспитания и благонравия; 3. Российский и 4. иностранный языки; 5. Арифметика; 6. Рисование; 7. Танцевание;

---

[8] *Бецкой, И.И.* Устав воспитания двухсот благородных девиц. Текст: электронный / И.И. Бецкой // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st015.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

8. Музыка вокальная и инструментальная; 9. Шитье и вязание всякого рода.

II. Возраст от девяти до двенадцати лет.

Учение: 1. География; 2. История; 3. Некоторая часть экономии, или домостроительства.

III. Возраст от двенадцати до пятнадцати лет.

Учение: Продолжение всего прежнего. При том: 1. Словесные науки, к коим принадлежит чтение исторических и нравоучительных книг; 2. Часть архитектуры и геральдики; 3. Зачинают действительно вступать в экономию по очереди.

IV. Возраст от пятнадцати до восемнадцати лет.

Учение: 1. Знание совершенное закона; 2. Все правила доброго воспитания, благонравия, светского обхождения и учтивости; 3. Повторение всего прежнего, в чем совершенного знания еще не имеют; 4. Во все части экономии действительно вступают по очереди. […]

3. Всячески стараться, чтоб девицы не привыкали излишне важничать, а потом и унылый вид являть. Сие примечание госпожа надзирательница часто подтверждает подчиненным своим, а особливо учительницам, поелику оные непрестанно с девицами вместе находиться будут. Паче всего наставлять их в обоснованиях благоразумия, добронравия, благопристойности, благородной, а непринужденной учтивости и всех добродетелей. […]

5. О учении. Надлежит им истолковать ясно по летам и по нежности естественного сложения, рассуждая и по незрелому их уму, все части закона, то есть катехизм, догматы православной веры и все, что касается до прямого содержания оной.

6. Сверх сего, должно их обучать российскому и чужестранным языкам, дабы на оных исправно читать, писать и говорить умели; арифметике, географии, истории, стихотворству и отчасти архитектуре и геральдике, а в художествах наставлять рисованию, миниатюре, танцеванию, музыке вокальной и инструментальной, шитью всякого рода, вязанию и плетению шелковому, нитяному, шерстяному и бумажному, а к сему присовокупить надлежит и все части экономии. […]

26. Чтоб воспитание девиц с надлежащим порядком всегда происходило и отнюдь бы ни в чем препятствуемо не было в рассуждении обучения и прочих упражнений, то для сего родители посещать их могут только в назначенные дни с позволения госпожи начальницы, в присутствии самой или которой-нибудь из подчиненных ей, а во время обучения в классах или других упражнений приходить им совсем не дозволяется.

1.3.9. Д. С. Аничков. Предуведомление о математическом способе учения (1764)[9]

(Извлечение)

Математический способ учения есть порядок, который математики употребляют в своем учении.

§2. Сила сего порядка состоит в том, чтоб от самых легчайших о вещах понятий начинать учение и оттуда

[9] *Аничков, Д.С.* Теоретическая и практическая арифметика, в пользу и употребления юношества / Д.С. Аничков. – Москва: Императорский Московский университет, 1764. – С. 2–8.

выводить надлежащие истины; а из сравнения сих истин между собою находить новые предложения.

§3. Таким образом, математики, чтобы соответствовать сему порядку, начинают свое учение с определений, которые обыкновенно занимают первое место во всякой науке. После того дают знать, что есть основание, требование, теорема, задача, а к некоторым из сих предложений, в случае надобности, присовокупляют прибавления и примечания для уверения ж и ясности предложений, сообщают доказательства.

§4. Итак, определение есть ясное понятие, чрез которое вещь отличается от других и из которого выводится все прочее, что можно разуметь об оной вещи.

§5. В математических науках больше всего стараться должно о подробных и совершенных понятиях, касающихся до определения вещей; а особливо когда надобно будет совершенно доказывать теоремы.

§6. Чего ради в последующих определениях не должно находиться таким словам, которые бы не были или в предыдущих определениях изъяснены, или бы не могли приняты быть за известные.

§7. Определения вещей могут или сами собою одни рассуждаемы быть, или сравняемы с другими. Итак, если будет рассуждено то, что находится в определении, и из того будет заключено непосредственно что-нибудь, то сие называется основанием.

Или основание есть такая истина, которая непосредственно выводится из определения и не подлежит особливому доказательству для своей ясности. Например, сия истина может назваться основанием, когда я скажу, что целое есть равно всем своим частям, вместе взятым.

§8. Понеже основания непосредственно выводятся из определений, того ради оные не требуют доказательства. Ибо не можно прежде удостовериться о том, справедливо ли или нет такое основание, пока не будет исследована возможность определений. Впрочем, должно понимать то, что основания будут справедливы, когда определения суть истинные.

§9. Требования суть такие предложения, которые показывают возможность вещи и утверждают об оной, что она таким образом сделана быть не может.

Древние математики в силу сих предложений требовали от своих слушателей того, чтобы они в мысли своей изображенные виды, сравнивая с некоторым вещественным подобием, представляли своим глазам, и делали сие особливо для того, чтобы они несовершенства знаков или фигур, которые усмотрят в оных, не приписывали одним воображениям и тем бы самым не помрачали доказательств.

§10. С основаниями несколько сходствуют опыты, а опытом называется все то, что мы познаем своими чувствами. Например, когда я вижу, что ежели свеча будет засвечена, то все окружающие меня вещи становятся видимы, почему сие познание называется опытом.

§11. Когда несколько определений и оснований будут сравнены между собою и из того заключено будет нечто такое, чего узнать не можно было из рассматривания порознь оных определений и оснований, то сие называется теоремою. Из чего видно, что теорема есть такое предложение, которого истины без доказательства разуметь не можно.

§12. Чего ради при всякой теореме надлежит смотреть, во-первых, на самое предложение и, во-вторых, на доказательство. Ибо предложение объявляет, что такой вещи при известных обстоятельствах может присвоено быть или нет; а доказательство показывает, как разум наш приводится к тому, чтобы мы могли думать об оной вещи.

§13. Но понеже знание математических истин есть весьма полезное, того ради должно относить оные к самой практике. Почему такое предложение, которое учит нас сношению истины с самым делом, то есть, что сделать должно, называется задачею.

§14. Задачи обыкновенно состоят из трех частей, то есть из предложения, решения и доказательства. В предложении предписывается: что сделать должно, в решении показывается: что делать и каким порядком поступать надлежит, чтобы наконец вышло, что требуется, а доказательство показывает причины, для чего найдется искомое, ежели то, что в решении предписано, учинено будет. Из чего видно, что всякая задача может перемениться в теорему. По окончании решения задачи употребляются вообще сии слова: что сделать надлежало, или, сокращено, ч. с. н.

§15. Иногда случается, что, ради особливых причин, из одного предложения непосредственным последованием выводится другое, которое поэтому и называется прибавлением, то есть такая истина, которая не требует особливого доказательства, но из вышедоказанных должно известно быть об ней, что она справедлива.

§16. Наконец, примечания к определениям, теоремы и к задачам присовокупляемые, суть такие предложения, в которых обыкновенно изъясняется, что еще быть могло бы темно и непонятно; нередко показывается и польза предлагаемых наук, а иногда объявляется история изобретения и, сверх того, все то, что знать полезно.

§17. Что ж касается до доказательств, при окончании теорем и задач употребляемых, то оные особливо для того сообщаются, чтоб чрез сравнение нескольких между собою истин, или уже изъясненных, или для понятия нужных, уверить, что сия или другая теорема есть справедлива, а задача надлежащим образом решена. По окончании доказательства обыкновенно придаются сии слова: что надлежало доказать, или, сокращенно, ч. н. д. […]

1.3.10. Я. П. Козельский. Арифметическия предложения для употреблния обучающагося в Артиллерийском и инженерном шляхетском корпсе благородного юношества (1764)[10]

(Извлечение)

[…] часто случается, что молодые люди, обучившие правила арифметики с нуждою могут, или и совсем

---

[10] *Козельский, Я.П.* Арифметическия предложения для употребления обучающагося в Артиллерийском и Инженерном шляхетском корпусе благородного юношества / Я.П. Козельский. – Санкт-Петербург: Би, 1764. – С. VII–IX.

не знают решить самых легких примеров; ежели не оказать им, до которого они принадлежат правила. Причиною сего отчасти слабое по малолетству их рассуждение, а отчасти порядок учения; потому что учители, припоказали правил, обыкновенно задают ученикам своим примеры по одних цифрах состоящие, не упоминая притом никаких случающихся по жизни человеческих нужд, которые принадлежат, для решения, к тем правилам; и так обучающийся сим образом молодой человек делает решение одних правил, не понимая нимало по употребление их к житейским нуждам, не усиливая привычкою к тому своего рассуждения; отчего происходит, что ежели он не имеет от природы дополна рассуждения, то хотя бы и твердо знал все арифметические правила; однако при решении случающихся по обхождении человеческом потребностей погрешить может, не зная, которое к тому правило употребить должно, чего ради молодому человеку, обучающемуся арифметике, необходимо надобно всевозможным способом натыкать к тому, чтоб знать, какое правило и в каком случае употреблять; по согласие сего положил я здесь при всех правилах случающиеся по жизни человеческой примеры, коими старался я всевозможным образом изъяснить доказанные мною, а наипаче такие правила, которые у других авторов показались мне или слабо, либо нимало не истолкованы; дабы начинающий учиться арифметике не имел нужды искать решения принадлежащих к сей науке примеры в других книгах, а успел ли я в том или нет, то от праведного мнения моих читателей зависеть будет. […]

Теперь следует мне любопытный читатель представить вам о содержании сей книги. Она разделена на четыре главы, из коих первая содержит посему целые числа. Вторая ломаные, третья содержание и пропорции чисел, а четвертая геометрические выкладки. А понеже наука, предложенная во всей книге, есть математическая, то для того к сочинению ее употребил я математический порядок, то есть разделил все ее правила на определения, положения, аксиомы теоремы, задачи, следствия, примечания […].

1.3.11. Проект о нижних городских училищах (1770-е)[11]

(Извлечение)

[…] *Глава VII. О школе арифметической*

1. В тех городах, где не будут учреждены училища верховные и среднего рода, должна быть одна для обучения арифметике.

2. Учителей определять в сии училища таких, кои могут обучать полной арифметике, если же при первом случае на все места таких учителей сыскать будет невозможно, то, по крайней мере, таких, которые бы могли обучать первым основаниям арифметики.

3. Сих учителей если магистраты не могут найти в своем городе, то должны требовать от губернаторов, однако как одни, так и другие должны в знании сей науки быть искусными людьми свидетельствованы.

---

[11] Из Проекта о нижних городских училищах (1770-е). Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000026/st016.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

4. Построение для сего училища дома должно быть из общего капитала всего гражданства среднего рода, и притом такой величины, чтобы дети, назначенные в сию школу, могли учиться без тесноты и помешательства.

5. Сбор на построение сего дома, на содержание и на плату учителю поручить тем же четырем попечителям, коим поручено построение и годовое содержание всех школ приходских и на таком же основании.

6. Учителю, обучающему полной арифметике, в год награждения 80 руб.

Учителю, обучающему первым основаниям арифметики, 40 руб. […]

1.3.12. Полный курс чистой математики, сочиненный артиллерии штык-юнкером и математики партикулярным учителем Ефимом Войтяховским, в пользу употребление юношества и упражняющихся в математике (1786–1790)[12]

(Извлечение)

На вопрос: который час? – ответствовано: 2/5 прошедших часов от полуночи до сего времени равны 2/3 остальных до полудни. Спрашивается число часов того времени.

Ответ: 7 часов 30 минут.

[12] Задачи Ефима Войтяховского. Текст: электронный // Энциклопедия занимательных задач: [сайт]. – URL: http://zadach.net/pro/zadachi-yefima-vojtyahovskogo.htm?page=2 (дата обращения: 10.11.2021).

У приезжего гасконца оценили богатство: модный жилет с поношенным фраком в три алтына [алтын – 3 копейки] без полушки; но фрак в полтретья [2 1/2 раза] дороже жилета. Спрашивается каждой вещи цена.

Ответ: 6 1/4 и 2 1/2.

Нововыезжей в Россию французской мадаме
Вздумалось ценить свое богатство в чемодане:
Новой выдумки нарядное фуро [платье]
И праздничный чепец а ла фигаро.
Оценщик был русак, сказал мадаме так:
Богатства твоего первая вещь фуро
Вполчетверта [31/2 раза] дороже чепца фигаро;
Вообщем стоят не с половиною четыре алтына,
Но настоящая им цена только сего половина.
Спрашивается каждой вещи цена,
С чем француженка к россам привезена.
Ответ: 5 1/4 и 1 1/2.

Собака усмотрела зайца в 150 саженях от себя. Заяц пробегает за 2 минуты 500 саженей, а собака – за 5 минут 1300 саженей. За какое время собака догонит зайца?

Ответ: 15 минут.

Крестьянин менял зайцев на кур: брал за всяких двух зайцев по три курицы. Каждая курица снесла яйца – третью часть от числа всех куриц. Крестьянин, продавая яйца, брал за каждые 9 яиц по столько копеек, сколько каждая курица снесла яиц, и выручил 72 копейки. Сколько было яиц и сколько зайцев?

Ответ: 18 кур и 12 зайцев.

В 336-ведерное водохранилище всякие 2 часа одною трубою втекает воды 70 ведер (1 ведро – 12,3 л), а другою трубою вытекает 42 ведра. Спрашивается, в какое время то водохранилище наполнится.

Ответ: за 24 часа.

Одному курьеру приказано прибыть к назначенному месту в 12 дней, к которому он прежде, ехав всякие сутки по 228 верст, прибыл в 15 дней. Спрашивается, по сколько верст должен он проезжать в сутки, дабы поспеть к тому месту в назначенное время.

Ответ: по 285 верст.

Служившему воину дано вознаграждение за первую рану 1 копейка, за другую – 2 копейки, за третью – 4 копейки и т.д. По исчислению нашлось, что воин получил всего вознаграждения 655 руб. 35 коп. Спрашивается число его ран.

Ответ: 16.

Уверяют, что Эзопова голова была длиной 7 дюймов, а ноги так длинны, как голова и половина туловища;

туловище же равно длине ног с головою. Спрашивается рост сего славного человека.

Ответ: 56 дюймов.

Капитан на вопрос, сколько имеет в команде своей людей, ответствовал, что 2/5 его команды в карауле, 2/7 в работе, 1/4 в лазарете да 27 налицо. Спрашивается число людей его команды.

Ответ: 420.

Куплено сукна полторажды полтретья аршина, заплачено полчетвертажды полпята рубли. Спрашивается, сколько должно заплатить за полсемажды полдевята аршина того же сукна.

Ответ: 232 рубля 5 копеек.

Веселый француз пришел в трактир с неизвестною суммою своего богатства, занял у содержателя столько денег, сколько у себя имел; из сей суммы издержал 1 рубль. С остатком пришел в другой трактир, где опять, занявши столько, сколько имел, издержал в оном также 1 рубль; потом пришел в третий и четвертый трактир, учинил то же, наконец, по выходе из четвертого трактира не имел ничего. Спрашивается количество его денег.

Ответ: 93 копейки и 3 полушки.

1.4. Темы для рефератов/докладов

1. Первые отечественные учебники математики.

2. Вклад зарубежных ученых в развитие математического образования в России в XVIII столетии.

3. Характерные особенности методики преподавания математики в Век Просвещения.

1.5. Задания для самостоятельной работы

1. Выберите правильный вариант ответа:

Педагогическая задача –

а) научное проектирование и точное воспроизведение гарантирующих успех педагогических действий;

б) разновидность профессиональной деятельности, направленная на передачу социокультурного опыта посредством обучения и воспитания;

в) преднамеренный контакт (разной продолжительности по времени) педагогов и воспитанников, результатом которого являются взаимные изменения в поведении, деятельности и отношениях;

г) это педагогическая цель, наложенная на конкретную образовательную ситуацию, поставленная на этапе подготовки педагогического процесса.

(1 балл)

2. Представьте себе, что вам нужно выступать на научно-практической конференции с докладом о жизни и творчестве Л.П. Магницкого. Составьте план своего выступления.

(3 балла)

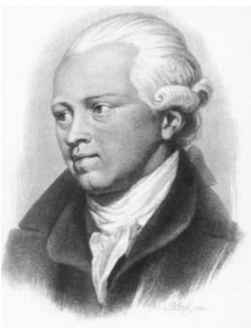
3. Заполните табл. 1.1:

Таблица 1.1 – **Биография Н.Г. Курганова**

№	**Дата**	**Локализация**	**Событие**

(5 баллов)

4. Кратко охарактеризуйте вклад следующих деятелей в развитие отечественного математического образования в XVIII веке:



Д.С. Аничков

С.Я. Румовский

Н.И. Фусс

(5 баллов)

5. В соответствии с современной научной концепцией начальное математическое образование является:

1) частью системы среднего математического образования;

2) способом введения учащихся в основы математики;

3) своеобразной самостоятельной ступенью математики;

4) средством развития приемов умственной деятельности.

(1 балл)

6. Установите соответствие между понятием и компонентом содержания начального математического образования:

1) натуральные числа	а) величины
2) угол	б) работа с информацией
3) таблица	в) элементы алгебры
4) площадь	г) элементы геометрии
5) равенство	д) арифметика

(2 балла)

7. К нумерационным понятиям в методике относят:

1) цифра; 4) разрядная единица;

2) число; 5) четное и нечетное число;

3) разряд; 6) класс.

(1 балл)

8. Натуральные числа применяются для указания:

1) количества элементов в конечном множестве;

2) результата измерения величины;

3) результата вычислений;

4) плана решения задачи;

5) сколько раз надо выполнить определенное арифметическое действие (например, число 7 в записях $2 \cdot 7$ или 2^7);

6) порядка следования чего-либо.

(2 балла)

9. Усвоению разрядного состава чисел способствуют упражнения:

1) решение примеров вида $a \pm 1$;

2) решение примеров вида 80 : 10, 800 : 100, 8300 : 100 и т.п.;

3) решение примеров вида $2 \cdot 10$, $2 \cdot 100$, $43 \cdot 100$ и т.п.;

4) решение примеров вида 10 + 2, 12 – 2, 12 – 10 и т.п.;

5) замена значений длины, массы, площади более мелкими единицами измерения и наоборот;

6) на сравнение чисел, например, 32 * 25, 32 * 37, 380 * 830.

(2 балла)

10. Ведущим методом изучения чисел является:

1) наблюдение; 4) сравнение;

2) моделирование; 5) изложение учителя;

3) демонстрация; 6) правильного ответа нет.

(2 балла)

11. При выполнении заданий вида: «Из чисел 60, 8 и 68 составьте четыре примера на сложение и вычитание» учащиеся закрепляют знания о . . . .

(2 балла)

12. Хотя разные величины имеют разный конкретный смысл и измеряются с помощью разных инструментов, подход к их изучению одинаков:

1) обращение к опыту детей;

2) сравнение однородных величин без использования измерительных приборов;

3) знакомство с новыми единицами измерения данной величины и соотношениями между ними;

4) знакомство с первой единицей измерения данной величины и с соответствующим измерительным прибором; формирование измерительных умений и навыков;

5) выполнение арифметических действий над именованными числами и их преобразование;

6) неправильного ответа нет.

(2 балла)

13. Младшие школьники должны уметь вычислять площадь:

1) круга;

2) треугольника;

3) прямоугольника;

4) произвольного четырехугольника;

5) пятиугольника;

6) правильного ответа нет.

(2 балла)

14. Утверждение о том, что в начальных классах изучение арифметического материала ведется на теоретико-множественной основе, означает следующее:

1) понятие целого неотрицательного числа вводится на основе сравнения конечных множеств;

2) смысл отношений «равно», «больше», «меньше», их взаимосвязь и свойства устанавливаются в ходе практических действий с предметными множествами;

3) смысл каждого арифметического действия раскрывается путем практического выполнения соответствующих операций с материализованными конечными множествами (объединение, дополнение, разбиение на равномощные подмножества);

4) таким же образом устанавливаются связи, существующие между различными арифметическими действиями;

5) некоторые способы вычислений выводятся из известных детям законов, правил (например, правила умножения суммы на число);

6) свойства операций над множествами служат основой для «открытия» детьми законов арифметических действий.

(2 балла)

15. Для организации «открытия» учащимися законов арифметических действий учитель использует в обучении методы:

1) частично-поисковый;
2) проблемное изложение;
3) дедукция;
4) индукция;
5) моделирование;
6) обобщение.

(2 балла)

16. На этапе формирования вычислительных умений и навыков используются такие методы и приемы обучения, как:

1) самостоятельная работа учащихся;

2) сравнение в чем-то сходных вычислительных приемов;

3) дидактическая игра;

4) доказательство правильности результата вычислений с помощью моделей разрядных единиц;

5) решение деформированных примеров (с пропусками чисел, цифр, знаков арифметических действий);

6) применение алгоритмов вычислений в измененных, нестандартных ситуациях (например, для решения арифметических задач, уравнений).

(2 балла)

17. При первом знакомстве с составной задачей учитель может использовать следующие методические приемы:

1) решение двух простых задач с последующим их объединением в составную;

2) решение простой задачи с последующим ее преобразованием в составную путем изменения вопроса или дополнения условия;

3) решение задачи с недостающими данными;

4) сравнение простой и составной задач с похожими условиями;

5) решение одной простой задачи с двумя последовательными вопросами с последующим преобразованием ее в составную;

6) неправильного ответа нет.

(2 балла)

18. При изучении геометрического материала используются следующие виды заданий:

1) счет количества геометрических фигур или их элементов;

2) построение геометрических фигур на клетчатой бумаге с помощью линейки и угольника;

3) выяснение формы реальных предметов или их частей;

4) построение углов с помощью транспортира;

5) разбиение фигур на части и составление одних фигур из других;

6) чтение геометрических чертежей с буквенными обозначениями.

(2 балла)

19. Герои одного из рассказов В.Ю. Драгунского исполнили на школьном концерте сатирические куплеты:

Папа у Васи силен в математике,
Учится папа за Васю весь год.
Где это видано, где это слыхано, –
Папа решает, а Вася сдает?![13]

Существует ли такая проблема в наши дни? Если да, то как ее можно решить, по вашему мнению?

(5 баллов)

20. Посмотрите запись одного из видеоуроков по математике для 5 класса и напишите эссе, охарактеризовав свои впечатления от увиденного.

(5 баллов)

Список рекомендуемой литературы

Источники

1. *Аничков, Д.С.* Теоретическая и практическая арифметика в пользу и употребление юношества / Д.С. Аничков. – Москва: Императорский Московский университет, 1764. – 271 с. – Текст: непосредственный.
2. *Курганов, Н.Г.* Арифметика или Числовник, содержащий в себе все правила числовой выкладки, случающейся

[13] *Драгунский, В.Ю.* Где это видано, где это слыхано…. Текст: электронный // Детский сайт: [сайт]. – URL: https://detskiy-site.ru/rasskazy/viktor-dragunskij/deniskiny-rasskazy#r37 (дата обращения: 10.11.2021).

в общежитии, в пользу всякаго учащагося, воинскаго, статскаго и купеческаго юношества / Н.Г. Курганов. – Изд. 4-е. – Санкт-Петербург: Типография при Императорской Академии наук, 1791. – 109 с. – Текст: непосредственный.

3. *Магницкий, Л.Ф.* Арифметика / Л.Ф. Магницкий. – Москва: Печатный двор, 1703. – 673 с. – Текст: непосредственный.
4. Руководство к арифметике: для употребления в народных училищах Российской империи / Изданное по высочайшему повелению царствующей императрицы Екатерины Вторыя. – Санкт-Петербург: [Тип. Брейткопфа], 1786. – Ч. 1. – Текст: электронный // Математическое образование: [сайт]. – URL: https://www.mathedu.ru/text/golovin_rukovodstvo_k_arifmetike_ch1_1786/p0/ (дата обращения: 10.11.2021).
5. *Фарварсон, А.Д.* Таблицы, горизонтальныя северныя и южныя широты восхождения Солнца со изъявлением. Чрез которыя зело удобно кроме труднаго арифметическаго исчисления не правилное или непорядочное указание компассов, юже во всех местах света обретаются, чрез них же легко и зело удобно найти и скоро возможно зело полезныя тем которыя в Восточьную и Западную Индию морешествуют / А.Д. Фарварсон. – Москва: Типография В. Киприанова, 1723. – 546 с. – Текст: непосредственный.

Основная литература

6. *Далингер, В.А.* Методика обучения математике. Изучение дробей и действий над ними: учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 194 с. – ISBN 978-5-534-09599-9. – Текст: непосредственный.
7. *Капкаева, Л.С.* Теория и методика обучения математике: частная методика: в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для вузов / Л.С. Капкаева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 264 с. – ISBN 978-5-534-04940-4. – Текст: непосредственный.
8. Методика обучения математике: в 2 ч. Часть 1: учебник для вузов / Н.С. Подходова [и др.]; под редакцией Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – Москва: Юрайт, 2021. – 274 с. – ISBN 978-5-534-08766-6. – Текст: непосредственный.
9. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления: учебное пособие для вузов / Н.Ф. Талызина [и др.]; под редакцией Н.Ф. Талызиной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 193 с. – ISBN 978-5-534-06315-8. – Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

10. *Блинова, Т.Л.* Формирование умения целеполагания на уроках математики у обучающихся 5-х классов / Т.Л. Блинова, Ю.С. Спирина // Актуальные вопросы

преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2020. – № 5. – С. 187–191. – Текст: непосредственный.

11. *Борисенков, В.П.* Работа в малых группах как метод дифференцированного обучения на уроках математики / В.П. Борисенков, А.В. Сулейманова // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 2. – № 2 (64). – С. 83–96. – Текст: непосредственный.
12. *Денисов, А.П.* Н. Г. Курганов – выдающийся русский ученый и просветитель XVIII века / А.П. Денисов. – Ленинград: Лениздат, 1961. – 180 с. – Текст: непосредственный.
13. *Истомина, Н.Б.* Методика обучения математике в начальной школе: развивающее обучение: учебное пособие / Н.Б. Истомина. – 2-е изд. – Смоленск: Ассоциация XXI в., 2009. – 286 с.: ил., табл. – ISBN 978-5-89308-699-7. – Текст: непосредственный.
14. *Калинченко, А.В.* Методика преподавания начального курса математики: учебное пособие / А.В. Калинченко, Р.Н. Шикова, Е.Н. Леонович. – Москва: Издательский центр «Академия», 2013. – 208 с. – ISBN 978-5-7695-6962-3. – Текст: непосредственный.
15. *Колягин Ю.М.* Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль / Ю.М. Колягин. – Москва: Просвещение, 2001. – 318 с. – ISBN 5-09-009856-5. – Текст: непосредственный.
16. *Крутихина, М.В.* Развитие пространственного мышления школьников при изучении многогранников

в курсе математики средней школы / М.В. Крутихина, С.С. Журавлева // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2018. – № 20. – С. 233–240. – Текст: непосредственный.

17. *Лысенко, В.И.* Николай Иванович Фусс / В.И. Лысенко. – Москва: Наука, 1975. – 120 с. – Текст: непосредственный.
18. *Павлова, Г.Е.* Степан Яковлевич Румовский, 1734–1812 / Г.Е. Павлова. – Москва: Наука, 1979. – 200 с. – Текст: непосредственный.
19. *Полякова, Т.С.* История отечественного школьного математического образования. Два века. Кн. I: Век восемнадцатый / Т.С. Полякова. – Ростов-на-Дону: Издательство Ростовского педагогического университета, 1997. – 288 с. – ISBN 5-8480-0141-3. – Текст: непосредственный.
20. *Ручкина, В.П.* Курс лекций по теории и технологии обучения математике в начальных классах: учебное пособие / В.П. Ручкина. – Екатеринбург: Уральский государственный педагогический университет, 2016. – 313 с. – ISBN 978-5-7186-0768-0. – Текст: непосредственный.
21. *Саввина, О.А.* Духовно-нравственный потенциал первого русского учебника математики / О.А. Саввина // Международный научный вестник. – 2016. – № 4. – С. 50–54. – Текст: непосредственный.
22. Сборник тестов по МДК 01.04 Теоретические и практические основы начального курса математики

с методикой преподавания для специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах для студентов 2–4 курсов / составитель Л.Н. Линченко. – Жирновск: Жирновский педагогический колледж, 2019. – 72 с. – Текст: непосредственный.

23. *Сулейманова, А.В.* Дифференцированное обучение на уроках математики в общеобразовательном классе средней школы / А.В. Сулейманова // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. – 2019. – № 1. – С. 89–100. – Текст: непосредственный.
24. *Юшкевич, А.П.* История математики в России до 1917 года / А.П. Юшкевич. – Москва: Наука, 1968. – 592 с. – Текст: непосредственный.

Справочная литература

25. Российская педагогическая энциклопедия: в 2 т. / гл. ред. В.Г. Панов. – Москва: Большая Рос. энцикл., 1993–1999. – Текст: непосредственный.

Видеоматериалы

26. *Апанасенко, О.Н.* Проблемы школьной неуспеваемости и пути ее преодоления [Видеозапись] / О.Н. Апанасенко // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=tNra7We9_o4&list=PLqwo6zbNj50DTFFyZcTtCYDSVO6BcEym1&index=108 (дата обращения: 10.11.2021).
27. *Бакланова, С.Л.* Игровые технологии как условие реализации ФГОС [Видеозапись] / С.Л. Бакланова //

Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=j7MHdaLvhio&list=PLqwo6zbNj50DTFFyZcTtCYDSVO6BcEym1&index=28 (дата обращения: 25.08.2020).
28. Зачем нужна математика? [Видеозапись] // ПостНаука: [сайт]. – URL: https://postnauka.ru/tv/156468 (дата обращения: 10.11.2021).
29. *Кикнадзе, В.Г.* Леонтий Филиппович Магницкий – первый в России математики учитель [Видеозапись] / В.Г. Кикнадзе // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=UIOJ9JXtqFk (дата обращения: 10.11.2021).
30. Красота математических моделей: первое прикосновение к математике [Видеозапись] / Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=ZgXSLLHQeHw (дата обращения: 10.11.2021).
31. Математика. 5 класс. Видеоуроки [Видеозапись] // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=G_vRQWEqeZM&list=PLwOQXldI4UNCC7Zucd6Ex166xTWxegPIX (дата обращения: 10.11.2021).
32. Методические особенности преподавания математики в школе. Вебинар. Математика для педагогов [Видеозапись] // Ruclip.com: [сайт]. – URL: https://ruclip.com/video/9fwIoTLkwVc/методические-особенности-преподавания-математики-в-школе-вебинар-математика-для-педагогов.html (дата обращения: 10.11.2021).

Аудиоматериалы

33. *Александрова, Э.* Стол находок утерянных чисел / Э. Александрова, В. Лёвшин [Аудиозапись] // Akniga.org: [сайт]. – URL: https://akniga.org/aleksandrova-emiliya-levshin-vladimir-stol-nahodok-uteryannyh-chisel (дата обращения: 10.11.2021).
34. Леонард Эйлер. Наука и жизнь [Аудиозапись] / Леонард Эйлер // Soundstream.media: [сайт]. – URL: https://soundstream.media/clip/leonard-eyler-nauka-i-zhizn (дата обращения: 10.11.2021).

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

35. Дидактика математики: проблемы и исследования [сайт]. – URL: http://www.dm.inf.ua (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
36. Математика в школе [сайт]. – URL: http://www.schoolpress.ru/products/magazines/index.php?SECTION_ID=42&MAGAZINE_ID=85381 (дата обращения: 11.12.2021). – Текст: электронный.
37. Математические этюды [сайт]. – URL: https://etudes.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
38. Математический форум (Итоги науки. Юг России) [сайт]. – URL: http://www.smath.ru/pub/math_forum.php (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
39. Математическое образование [сайт]. – URL: https://matob.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

40. Отечественная и зарубежная педагогика [сайт]. – URL: http://ozp.instrao.ru/annotacii (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
41. Профессор В.Е. Пырков [сайт]. – URL: http://pyrkov-professor.ru/Default.aspx?tabid=55 (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
42. Российская академия образования [сайт]. – URL: http://rusacademedu.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
43. Math.ru [сайт]. – URL: https://math.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

ТЕМА 2. ПРОШЛОЕ (1800-е – 1917) И НАСТОЯЩЕЕ

2.1. Образовательные, научные и административные учреждения

Бестужевские курсы (1878–1918) – высшие женские курсы в Санкт-Петербурге, одно из первых женских высших учебных заведений в России. Вначале на курсы принимались женщины от 21 года со средним образованием, позднее – окончившие курс гимназии без ограничения в возрасте. Обучение было платным, но многие преподаватели работали безвозмездно. Трёхлетние (с 1881 – четырёхлетние) курсы имели три отделения: словесно-историческое, физико-математическое и специально-математическое, затем (1906) было открыто юридическое отделение.

Высшие начальные училища – общеобразовательные заведения Российской империи, промежуточные между начальными и средними.

Главный педагогический институт (1816–1819) – высшее учебное заведение закрытого типа, которое готовило преподавателей для средних и высших учебных заведений Российской империи. Создан в Петербурге на базе учительской семинарии (1786), преобразованной в учительскую гимназию (1803) и затем в Педагогический институт (1804).

Городские училища (1875–1917) – общеобразовательные заведения, преобразованные из уездных училищ. Разделялись по «классам» (количеством протоков, обучающихся параллельно). Учебный курс включал дисциплины: Закон Божий; чтение и письмо; русский язык и церковнославянское чтение с переводом на русский язык; арифметика, практическая геометрия; география и история отечества с необходимыми сведениями из всеобщей истории и географии; сведения из естественной истории и физики; черчение и рисование; пение; гимнастика.

Императорский Казанский университет (1804–1917) – один из старейших и первый нестоличный университет в России.

Лицей (1733–1917) – тип привилегированного учебного заведения со сроком обучения от 6 до 11 лет, охватывавшим программу обучения средней и высшей школы. Он предназначался главным образом для подготовки государственных чиновников. В дореволюционной России существовало 7 лицеев.

Министерство духовных дел и народного просвещения (1817–1824) – центральное государственное учреждение в Российской империи, руководившее духовными делами всех исповеданий в России и учреждениями народного просвещения и науки.

Министерство народного просвещения (1802–1817, 1824–1917) – центральное государственное учреждение в Российской империи, руководившее учреждениями народного просвещения и науки, краткий период входило в форме департамента в состав Министерства духовных дел и народного просвещения (1817–1824).

Московское математическое общество (1864 – н.в.) – ассоциация математиков России, возникшая как научный кружок преподавателей математики (большей частью из Московского университета) и постепенно расширившая сферу своей деятельности. Общество организует и координирует деятельность российского математического сообщества, а также способствует развитию математической науки, занимается совершенствованием преподавания математики.

Педагогический институт (1804–1858) – учебное заведение в составе Императорского Московского университета.

Реальное училище (нем. Realschule) – в дореволюционной России и ряде других стран – среднее или неполное среднее учебное заведение, в котором существенная роль отводится предметам естественной и математической направленности.

Санкт-Петербургский Императорский университет (1819–1914) (Петроградский Императорский университет (1814–1917)) – создан на базе Главного педагогического института. Физико-математический факультет (1819–1933) был одним из первых трех факультетов университета.

Уездные училища (1803–1917) – общеобразовательные заведения в уездных и губернских городах. Изначально подведомственны университетам, служили подготовительными заведениями для гимназии (с 1804). Позднее (с 1828) предназначались преимущественно для детей купечества, обер-офицерских и дворян. Курс ученья разделялся на три класса. Преподавались следующие предметы: Закон Божий, священная и церковная история, русский язык, арифметика, геометрия до стереометрии включительно, но без доказательств; география, история русская и всеобщая сокращённая, чистописание, черчение и рисование.

Учебные округа (1803–1917) – административно-территориальные единицы в Российской империи, в рамках которых осуществлялось управление учебными заведениями Министерства народного просвещения. Возглавлялись попечителями учебных округов.

2.2. Персоналии

Бобынин Виктор Викторович (1849–1919) – российский учёный и педагог. Выпускник Тульской гимназии (1867) и математического отделения Московского университета (1872), один из первых в России стал преподавать историю математики.

Буняковский Виктор Яковлевич (1804–1889) – российский математик, педагог, историк математики, вице-президент академии наук (1864–1889).

Вальцов Николай Константинович (1858–1900) – российский педагог-математик. Окончил Московский университет (1881). Преподавал математику в Коломенской прогимназии и Московской мужской гимназии. Совместно с Н.А. Шапошниковым издал сборники арифметических и алгебраических задач, которые многократно переиздавались до революции (1917). Сборник задач по алгебре использовался в советской школе в качестве стабильного (1933 – начало 1950-х).

Гугель Егор Осипович (1804–1841) – выдающийся российский педагог, основоположник отечественной системы дошкольного воспитания, инспектор классов при Гатчинском Воспитательном доме (1830–1842), основатель и смотритель Школы для малолетних детей при нём.

Гурьев Пётр Семёнович (1807–1884) – российский математик, педагог и методист. Преподавал в Гатчинском сиротском институте (с 1828), участвовал в издании «Педагогического журнала» (1833–1834). Написал несколько оригинальных методических пособий и учебников, в том числе «Арифметические листки», предназначенные для самостоятельного изучения материала.

Гурьев Семён Емельянович (1766–1813) – российский математик и механик, профессор, академик Петербургской академии наук (1798), член Российской академии (1800). Выпускник Артиллерийского и инженерного шляхетского кадетского корпуса (1784), служил корпусным офицером. Изучал в Англии гидравлику (1792), затем преподавал математику, артиллерию и навигацию в учебных заведениях Петербурга. Автор трудов по геометрии, математическому анализу, механике.

Давидов Август Юльевич (1823–1885/1886) – российский математик и механик, заслуженный профессор (1875) и декан физико-математического факультета Московского университета (1863–1873, 1878–1880). Президент Московского математического общества (1866–1885/1886), известен как автор многократно переиздававшихся школьных учебников по элементарной математике (1860-е – 1920-е).

Евтушевский Василий Адрианович (1836–1888) – российский педагог, редактор и общественный деятель; автор ряда учебников по методике преподавания математики.

Киселёв Андрей Петрович (1852–1940) – российский и советский педагог, «законодатель» школьной математики. После окончания (1875) со степенью кандидата физико-математического факультета Петербургского университета по математическому разряду, работал преподавателем математики, механики и черчения в Воронежском реальном училище (до 1891). Затем – в Курской мужской гимназии (1891–1892), в Воронежском кадетском корпусе (1892–1901), в Воронежском институте народного образования, педагогических курсах, высших командных курсах (1918–1921), в учебных заведениях Ленинграда (1922–1925).

Ковалевская Софья Васильевна (урождённая Корвин-Круковская) (1850–1891) – российский математик и механик. Училась в Гейдельбергском (1869) и Берлинском (1870–1874) университетах, защитила диссертацию

«К теории дифференциальных уравнений в частных производных») и получила степень доктора философии (1874), иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1889). Первая в Российской империи и Северной Европе женщина-профессор и первая в мире женщина – профессор математики.

Литвинова (урождённая Ивашкина) Елизавета Фёдоровна (1845–1919) – российский математик, педагог и популяризатор науки, автор более 70 статей о математическом образовании.

Лобачевский Николай Иванович (1792–1856) – российский математик, один из создателей неевклидовой геометрии, выдающийся деятель университетского образования и народного просвещения.

Мазинг Карл Карлович (1849–1926) – российский и советский учёный, инженер, математик и общественный деятель; инициатор профессионально-технического образования в нашей стране. Окончив физико-математический факультет Московского университета (1870), стал одним из преподавателей математики в открывшемся Московском казенном реальном училище (1873). Учредил и возглавил частное учебное заведение для обучения мальчиков математике, физике, химии и навыкам ремесла (1877). В годы Гражданской войны он организовал Народный университет в Кисловодске (1918–1919) и в Ростове-на-Дону (1919–1921). Вернувшись в Москву (1922), преподавал на рабфаке Горной академии, заведовал учебной частью, а также создавал новые курсы и готовил учебник по математике для рабочих.

Малинин Александр Фёдорович (1835–1888) – известный российский педагог. Преподавал математику в гимназиях Твери и Москвы (1856–1872), основал и был директором Московского учительского института (1872–1888), автор популярных учебников и руководств.

Осиповский Тимофей Фёдорович (1766–1832) – российский математик и философ-рационалист. Выпускник учительской семинарии (1886), преподавал математику в Главном народном училище, заслуженный профессор, ректор Императорского Харьковского университета (1813–1820), автор учебников по математике.

Остроградский Михаил Васильевич (1801–1861) – российский математик и механик, академик Санкт-Петербургской академии наук (1830), признанный лидер математиков Российской империи (1830–1861). Долгие годы преподавал математику в столичных учебных заведениях, является автором ряда учебных курсов по математике.

Перевощиков Дмитрий Матвеевич (1788–1880) – российский астроном, математик, механик и педагог. Выпускник физико-математического факультета Казанского университета (1808), работал домашним учителем, преподавал математику в Симбирской гимназии и Московском университете. Ректор Московского университета (1848–1851), академик Петербургской академии наук (1855). Популяризатор науки, автор учебников и математической энциклопедии.

Страннолюбский Александр Николаевич (1839–1903) – российский педагог и общественный деятель. Работал домашним учителем, преподавал математику в Морском училище (1867–1894), занимался проблемами женского образования и разрабатывал новые педагогические методики.

Ушинский Константин Дмитриевич (1823–1870) – российский педагог, писатель, основоположник научной педагогики в России.

Чебышёв Пафнутий Львович (1821–1894) – российский математик и механик, основоположник петербургской математической школы, академик Петербургской академии наук (1859) и ещё 24 академий мира.

Шапошников Николай Александрович (1851–1920) – российский математик, автор учебников для средней и высшей школы, крупнейший методист-преподаватель XIX века. Окончил Московский университет по математическому разряду со степенью кандидата физико-математического факультета (1873), защитил магистерскую диссертацию (1880), работал преподавателем математики в учебных заведениях Москвы и давал частные уроки, преподавал в учебных заведениях на Юге России (1918–1920).

2.3. Извлечения из публикаций

2.3.1. Предварительные правила народного просвещения (1803)[14]

(Извлечение)

[…] 35. В гимназиях имеют быть преподаваемы изящные науки, языки латинский, французский и немецкий; логика, основания чистой математики, гидравлики и других частей физики, наиболее в общежитии нужных, сокращенная естественная история, основания политической экономии и коммерции. Сверх того, будут читаны и переводимы сочинения, служащие к образованию сердца и подающие чистое понятие о законе божием и гражданских обязанностях. Сверх штата могут быть присоединены учителя гимнастических упражнений. […]

39. Всякий университет должен иметь учительский или педагогический институт. Студенты, принятые в оный, получают степень кандидата, соединенную с особенными выгодами в содержании. […]

5. План учения в гимназиях должен соответствовать сей двоякой цели, заключая в себе начальные основания всех наук, потребных к достижению оной. И потому кроме полных курсов латинского, немецкого и французского

---

[14] Предварительные правила народного просвещения. Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000027/st005.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

языков преподается в гимназиях дополнительный курс географии и истории, включая в сию последнюю науку мифологию (баснословие) и древности, курс статистики общей и частной Российского государства, начальный курс философии и изящных наук, начальные основания политической экономии, курс математики чистой и прикладной, курс опытной физики и естественной истории; также начальные основания наук, относящихся до торговли, основания технологии и рисование.

6. Каждая гимназия имеет восемь учителей, которые преподают помянутые предметы учения следующим образом: один учитель преподает чистую и прикладную математику и опытную физику; другой – историю, географию и статистику; третий – философию, изящные науки и политическую экономию; четвертый – естественную историю, начальные основания наук, относящихся до торговли и технологии; пятый обучает латинскому языку; шестой – немецкому; седьмой – французскому; восьмой – рисованию. […]

9. Учителя наук, преподаваемых в гимназии, называются старшими и состоят в IX классе государственных чиновников. Учителя языков называются младшими и состоят в X классе. Учитель рисования состоит в XII классе.

10. Все учителя гимназий определяются тем университетом, в округе коего состоит гимназия, по представлениям директора или и непосредственно, смотря по обстоятельствам.

11. Гимназия, с позволения высшего начальства, может умножить число учебных предметов и учителей наук и языков, когда имеет довольные к тому способы.

12. В гимназии, сверх обыкновенного преподавания наук, приготовляются к учительской должности желающие быть учителями в уездных, приходских и других училищах. Обучаясь способу преподавания, они испытуются в знаниях своих; после чего с ведома университета, за подписанием директора и учителей получают свидетельства, что имеют способности, потребные учителям упомянутых выше училищ. […]

19. Преподавание учебных предметов, означенных в п. 5, разделяется на четыре курса; для каждого курса определяется один год. Из сего следует, что учение в гимназиях продолжается четыре года и классов в оных должно быть четыре же, которые, начиная с низшего, именуются следующим образом: I, II, III и IV классы.

20. В каждом классе учение преподается по 30 часов в неделю, т.е. по понедельникам, вторникам, четвергам и пятницам от 8 до 12 часов по утрам, а по средам и субботам от 8 до 11 часов; пополудни же от 2 до 4 часов по понедельникам, вторникам, четвергам и пятницам. Сверх того, каждые два класса вместе обучаются по 2 часа в неделю рисованию, и именно: низшие два класса от 1 до 3 часов по средам, а старшие два класса от 1 до 3 часов по субботам пополудни. Ежели в каждой гимназии введены будут гимнастические искусства, то оным обучать пополудни, по окончании учения, преподающегося в вышеозначенные часы. […]

23. Учитель философии, изящных наук и политической экономии преподает уроки по 20 часов в неделю. В I классе по 4 часа в неделю обучает он логике и всеобщей грамматике; во II классе по 4 часа преподает психологию и нравоучение; в III классе – по 4 часа эстетику и риторику; в IV – по 8 часов, из коих 4 часа обучает праву естественному и праву народному, а остальные 4 часа – политической экономии. [...]

43. Занимая, однако ж, место родителей, учителя не должны почитать себя за самовластных судей над детьми и управлять ими по своенравию, без всякого сношения с родителями. Сообщая свою власть учителям, родители не думают сами лишиться оной. Благоразумие требует того, чтобы учитель совокупным трудом и советом с родителями старался о наилучшем детей воспитании.

44. Первым предметом попечения учителя должно быть то, чтобы хорошо вызнать свойства и нравы детей, дабы можно было лучше управлять ими; он должен стараться с самого начала взять власть над детьми, состоящую в некотором преимущественном виде, внушающем к нему почтение, любовь и повиновение. Он должен всегда как сам говорить правду, так и детей наставлять говорить оную, поощрять их к чести, употреблять похвалы, награждения, ласковость; приучать к учтивству, опрятности и исправности и руководствовать ко всякому добру своими речами и примерами. В прочем учитель для своего поведения с учащимися имеет подробнейшее предписание в III и IV частях руководства, изданного для учителей I и II классов... [...]

49. В первое воскресенье каждого месяца учителя гимназии должны собираться к директору для педагогических советований. Каждый из них сообщает собранию примечания, сделанные им в продолжение истекшего месяца о прилежании и успехах учеников, и мнения свои, каким бы образом сделать учение занимательнее, также и об удобнейшем усовершении способа учения. Сие взаимное сообщение мнений, сии прения о способе учения, труднейшем всех искусств, подают директору случай узнать совершенно сведения учителей, прилежание их к должностям и педагогические способности. […]

2.3.2. Н.И. Лобачевский. О важнейших предметах воспитания (1828)[15]

(Извлечение)

[…] воспитание. Оно начинается от колыбели, приобретается сперва одним подражанием, постепенно развертывается ум, память, воображение, вкус к изящному, пробуждается любовь к себе, к ближнему, любовь славы, чувство чести, желание наслаждаться жизнию. Все способности ума все дарования, все страсти, все это обделывает воспитание, соглашает в одно стройное целое, и человек, как бы снова родившись, является творение в совершенстве.

---

[15] *Лобачевский, Н.И.* О важнейших предметах воспитания / Н.И. Лобачевский // Математика в образовании и воспитании. – Москва: Фазис, 2000. – С. 15–21.

[…] Что же надобно сказать о дарованиях умственных, врожденных побуждениях, свойственных человеку желаниях? Все должно остаться при нем: иначе исказим его природу, будем ее насиловать и повредим его благополучию.

Обратимся, во-первых, к главнейшей способности, уму, которым хотят отличить человека от прочих животных, противуполагая в последних инстинкт. Я не того мнения, чтобы человек лишен был инстинкта, который является во многих действиях ума, который в соединении с умом составляет Гений. Замечу только мимоходом, что инстинкт не приобретается; Гением быть нельзя, кто не родился. В этом-то искусство воспитателей: открыть Гений, обогатить его познаниями и дать свободу следовать его внушениям. Ум, если хотят составить его из воображения и памяти, едва ли отличает нас от животных? Но разум, без сомнения, принадлежит исключительно человеку; разум – это значит известные начала суждения, в которых как бы отпечатались первые действующие причины вселенной и которые соглашают, таким образом, все наши заключения с явлениями в природе, где противоречия существовать не могут.

[…] Чему, спрашиваю я, одолжены своими блистательными успехами в последнее время математические и физические науки, слава нынешних веков, торжество ума человеческого? Без сомнения, искусственному языку своему, ибо как назвать все сии знаки различных исчислений, как не особенным, весьма сжатым языком, который, не утомляя напрасно нашего внимания, одной чертой выражает обширные понятия. Такие успехи математических наук, затмивши всякое другое учение, справедливо удивляют нас; заставляют признаться, что уму человеческому предоставлено исключительно познавать сего рода истины, что он, может быть, напрасно гоняется за другими; надобно согласиться и с тем, что математики открыли прямые средства к приобретению познаний.

Еще не с давнего времени пользуемся мы сими средствами. Их указал нам знаменитый Бакон. Оставьте, говорил он, трудиться напрасно, стараясь извлечь из одного разума всю мудрость; спрашивайте природу, она хранит все истины и на вопросы ваши будет отвечать вам непременно и удовлетворительно. Наконец, Гений Декарта привел эту счастливую перемену, и, благодаря его дарованиям, мы живем уже в такие времена, когда едва тень древней схоластики бродит по университетам.

Здесь, в это заведение вступивши, юношество не услышит пустых слов без всякой мысли, одних звуков без всякого значения. Здесь учат тому, что на самом деле существует, а не тому, что изобретено одним праздным умом. Здесь преподаются точные и естественные науки, с пособием языков и познаний исторических. [...]

Как жалко, что истинному просвещению предпочитаются суетные выгоды домашнего воспитания. Кто хочет образовать своих детей для государства, тот должен прибегнуть к средствам, которые одно только государство в состоянии доставить; тот должен учить своих детей в общественных заведениях.

Одно образование умственное не довершает еще воспитание. Человек, обогащая свой ум познаниями, еще должен учиться уметь наслаждаться жизнию. Я хочу говорить об образованности вкуса.

Жить – значит чувствовать, наслаждаться жизнию, чувствовать непрестанно новое, которое бы напоминало, что мы живем. […]

[…] вы, которых ум отупел и чувство заглохло; вы не наслаждаетесь жизнию. Для вас мертва природа, чужды красоты поэзии, лишена прелести и великолепия архитектура, незанимательна история веков.

Я утешаюсь мыслию, что из нашего университета не выйдут подобные произведения растительной природы; даже не войдут сюда, если, к несчастию, уже родились с таким назначением. Не выйдут, повторяю, потому, что здесь продолжается любовь славы, чувство чести и внутреннего достоинства.

[…] Будем же дорожить жизнию, покуда она не теряет своего достоинства. Пусть примеры в истории, истинное понятие о чести, любовь к отечеству, пробужденная в юных летах, дадут заранее то благородное направление страстям и ту силу, которые дозволят нам торжествовать над ужасом смерти.

[…] Вы, воспитанники сего заведения, […] отсюда донесете любовь и добродетели и сохраните ее вместе с благодарностию к вашим наставникам. Вы узнаете, и опыт света еще более уверит вас, что одно чувство любви к ближнему, любви бескорыстной, беспристрастной, истинное желание добра вам налагало на нас попечение просветить вам ум познаниями, утвердить вас в правилах веры, приучить вас к трудолюбию, к порядку, к исполнению ваших обязанностей, сохранить невинность ваших нравов, сберечь и укрепить ваше здоровье, наставить вас в добродетелях, вдохнуть в вас желание славы, чувство благородства, справедливости и чести, этой строгой неприкосновенной честности, которая бы устояла против соблазнительных примеров злоупотребления, недосягаемых наказанием. […]

Расставаясь с вами, что скажу вам, самого поучительного? Вы счастливее меня, родившись позже. Из истории народов видели вы, что всякое государство переходит возрасты младенчества, возмужалости и старости. То же будет и с нашим любезным отечеством. Хранимое судьбою, медленно возвышается оно в своем величии и достигает высоты, на которую еще не восходило ни одно племя человеческое на земле. Век Петра, Екатерины, Александра были знамениты; но счастливейшие дни России еще впереди. Мы видели зарю, предвестницу их, на востоке; за нею показалось солнце... Я все сказал этим.

2.3.3. Е.О. Гугель. Рецензия на книгу Петра Гурьева «Арифметические листки...» (1833)[16]

(Извлечение)

[…] Сущность всякого преподавания, по нашему мнению, не столько заключается во *многознании* и в *объеме* какого-либо предмета обучения, сколько в *основательности*, с которой оный преподается; в *самомышлении*, возбуждаемом через оное в учащемся; в приучении ученика к тому, чтоб он *ясно представлял* себе преподаваемый предмет и научался рассматривать оный со всех точек зрения; наконец, в *постепенном ходе преподавания*, не смешивая притом ненужного и не выпуская ничего существенного, соображаясь также с различными степенями развития умственных способностей каждого учащегося.

Вот главные правила, которых должно держаться при всяком преподавании в арифметике; но чем больше, чем разнообразнее число учащихся, тем труднее сие становится и тем приятнее должны быть преподавателю пособия, облегчающие его в соблюдении сих правил.

Думаем, что «Арифметические листки...», подобно изданным г-ном Гурьевым, принадлежат к полезнейшим пособиям сего рода, полагаем даже, что они в многочисленных классах необходимы.

---

[16] *Гугель, Е.О.* Рецензия на книгу Петра Гурьева «Арифметические листки...» / Е.О. Гугель // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000027/st076.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

Сверх сбережения времени, говорит автор, они дают учителю средство возбудить и поддержать в учениках своих, сколько возможно, самодеятельность. Притом листки сии облегчают учителю средства давать ученикам множество задач на разрешение и в свободное от урочных часов время и таким же образом поверку оных; ибо по прилагаемым к задачам нумерам учитель, имея перед собою книжку, вмещающую в себе ключ или решения задач с таковыми же нумерами, легко и весьма скоро может поверять учеников.

[…] К тому же большая часть сих задач весьма поучительного содержания, относясь или к истории, или к статистике и т.п.; в особенности же применены они к употреблению в общежитии, также имеют то преимущество, что приноровлены к русскому быту и не выбраны из существующих у нас книг по сей части.

Наконец, укажем еще на вопросы, помещенные в конце книги. Внимательный читатель убедится, что форма и дух сих вопросов заставляют ученика размышлять. Конечно, нет никакой необходимости, чтоб учитель делал именно сии только вопросы; напротив того, он должен делать их сообразно с получаемыми от учеников ответами, но лишь бы он делал их в сем духе развития, а не так, как у нас иногда припечатываются к книгам вопросы, на которые можно найти ответы, механически прибирая к оным слова текста. […]

2.3.4. Распределение преподавания математики в гимназиях (1845)[17]

(Извлечение)

[…] I класс (3 урока в неделю)

Арифметика

Отвлеченные целые числа

1. Предварительные объяснения. О происхождении чисел, изображении их и выговаривании. 2. Сложение и вычитание целых отвлеченных чисел. 3. Об изменениях сумм и разности. 4. Поверки сложения и вычитания. 5. Умножение и деление отвлеченных целых чисел. 6. Поверки умножения и деления. 7. Об изменениях произведения и частного.

Именованные числа

8. Предварительные объяснения. Таблица мер длины, веса, времени и пр.; квадратные и кубические меры. 9. Раздробление и превращение именованных целых чисел. 10. Четыре действия над целыми составными именованными числами. 11. Решение различных задач, относящихся ко всем предыдущим статьям.

II класс (3 урока в неделю)

Арифметика (продолжение)

Обыкновенные дроби

1. Определение дробей, их изображение, значение числителя и знаменателя, приведение неправильных

---

[17] Распределение преподавания математики в гимназиях // Журнал Министерства народного просвещения. – 1846. – Ч. XLIX (49). – Отделение 1. – С. 159–168.

дробей в целые или смешанные числа. 2. Об изменениях величины дробей, зависящих от изменения числителя и знаменателя. 3. О перемене вида дробей, приведение их к одному знаменателю. 4. Сокращение дробей. 5. О делимости чисел на однозначные числа (исключая 7). 6. Об общем наибольшем делителе. 7. О разложении целых чисел на их множители. 8. Сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми и разными знаменателями. 9. Умножение и деление обыкновенных дробей с возможным упрощением обоих действий в частных случаях. 10. Применение предыдущих правил к четырем действиям над дробными именованными числами.

Десятичные дроби

11. Изображение десятичных дробей. 12. Об увеличивании и уменьшении десятичных дробей в 10, 100, 1000 раз. 13. Четыре действия над десятичными дробями. 14. Обращение обыкновенных дробей в десятичные и обратно. 15. Происхождение периодических десятичных дробей. Обращение их в обыкновенные. 16. О непрерывных дробях. Приведение обыкновенных дробей в непрерывные и непрерывных в обыкновенные приближенные. Употребление непрерывных дробей.

Об отношениях и пропорциях

17. Об отношениях вообще. Различные роды отношений. 18. О составе и свойствах арифметического отношения. 19. О составе и свойствах геометрического отношения. Изображение геометрического отношения между дробями в целых числах. 20. О пропорциях вообще. Главное

свойство арифметической пропорции. Определение неизвестных членов. Непрерывная арифметическая пропорция. 21. Главное свойство геометрической пропорции. Определение неизвестных членов. Перемещение членов. Непрерывная геометрическая пропорция. 22. О сложных и производных геометрических пропорциях.

III класс (3 урока в неделю)

Арифметика (окончание)

1. Применение геометрической пропорции к простому тройному правилу, вычислению процентов, учету векселей и пр. 2. Применение геометрической пропорции к сложному тройному правилу, правилу товарищества, правилу смешения.

Первые начала Алгебры

3. Предварительные объяснения: предмет алгебры, различие между арифметическим и алгебраическим решениями задач; алгебраические знаки. 4. Сокращение алгебраического многочлена (приведение его к простейшему виду). Правила для предстоящих и знаков. 5. Сложение и вычитание алгебраических количеств одночленных и многочленных. 6. Умножение одночленных и многочленных количеств. 7. Деление одночленных и многочленных количеств. 8. Об алгебраических дробях. 9. Об общем наибольшем делителе. 10. Об уравнениях вообще: их подразделение по степеням и числу неизвестных количеств. 11. Решение уравнений 1-й степени с одним неизвестным. Понятие о корне уравнения и поверка решений. 12. Решение уравнений 1-й степени с двумя и многими неизвестными.

IV класс (3 урока в неделю)

Алгебра (продолжение)

1. Вывод общих форм для решения уравнений 1-й степени с двумя неизвестными. 2. Исследование различных выражений, получаемых для неизвестных. 3. О неопределенных вопросах вообще. Решение неопределенных уравнений 1-й степени с двумя и тремя неизвестными в целых и положительных числах. 4. Возвышение одночленов и многочленов во 2-ю степень. 5. Извлечение квадратных корней из алгебраических количеств и чисел. Понятие о несоизмеримых и мнимых величинах. 6. Действия над коренными величинами 2-й степени. 7. Решение уравнений 2-й степени с одним неизвестным. Корни уравнения. 8. Связь между корнями уравнения 2-й степени и предстоящими неизвестного. 9. Исследование задачи о двух светящихся точках. 10. Решение уравнений с двумя неизвестными, зависящее от уравнения 2-й степени. 11. Возвышение одночленов и многочленов в 3-ю степень. 12. Извлечение кубических корней из алгебраических количеств и из чисел. 13. Решение двучленных уравнений 3-й степени. 14. Решение уравнений высших степеней, приводимых к уравнениям 2-й степени или двучленным уравнениям 3-й степени. 15. Возвышение одночленов в высшие степени. Правила для предстоящих, показателей и знаков. 16. Извлечение корней высших степеней из одночленов. 17. Различные действия над коренными величинами высших степеней. Употребление

дробных и отрицательных показателей. 18. Переложения, всевозможные и различные сочетания. 19. Ньютонов бином. Возвышение в степень многочленного количества. 20. О геометрических пропорциях. 21. Арифметическая прогрессия. Выражение общего члена, определение суммы членов; между двумя количествами вставить n средних членов, содержащих с ними арифметическую прогрессию. 22. Геометрическая прогрессия. Выражение общего члена; определение суммы членов; между двумя количествами вставить п средних членов, составляющих с ними геометрическую прогрессию. 23. Определение суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Геометрия

24. Предварительные объяснения. 25. О прямых линиях и прямолинейных углах. 26. О мерах углов. 27. О перпендикулярных и наклонных прямых. 28. О треугольниках и условиях их равенства. 29. Взаимное отношение сторон и углов в треугольниках. 30. Условия равенства прямоугольных треугольников. 31. Теория параллельных линий. 32. О многоугольниках. 33. О круге, о хордах, секущих, касательных и углах вписанных. 34. О прямолинейных фигурах, вписанных в круг и около него описанных. 35. Задачи.

V класс (3 урока в неделю)

Геометрия (окончание)

1. О пропорциональных линиях. 2. О подобных треугольниках. 3. О подобных многоугольниках. 4. Об отношении окружностей. 5. Измерение площадей прямолинейных

фигур. 6. Измерение площади круга и его частей. 7. Об отношении площадей прямолинейных фигур и кругов. 8. Различные задачи для упражнения: вычисление площадей фигур и их сторон в числах, решение задач практической геометрии и пр. 9. О положении прямых, в разных плоскостях находящихся. 10. О двугранных и многогранных углах. 11.0 многогранниках и главных их свойствах. 12. О правильных многогранниках. 13. Измерение поверхностей многогранников. 14. Измерение их объемов. 15. О свойствах тел вращения. 16. Измерение поверхностей тел вращения. 17. Измерение объемов тел вращения. 18. Об отношении поверхностей и объемов тел вращения. 19. Задачи, относящиеся ко всем предыдущим статьям.

Алгебра

Преподаватель уделяет некоторую часть каждого урока на практические упражнения в алгебре.

VI класс (3 урока в неделю)

Алгебра

1. Определение логарифмов и главные их свойства. 2. Вычисление логарифмов, составление и употребление логарифмических таблиц. 3. Применения к решению различных задач и преимущественно к вычислению процентов. 4. Приложение алгебры к решению геометрических задач. Закон однородности, которому следуют все алгебраические выражения протяжений. Построение алгебраических выражений рациональных

и иррациональных второй степени, изображающих линию, площадь или объем. Построение корней уравнения второй степени с одним неизвестным.

Тригонометрия

5. Предмет прямолинейной тригонометрии. 6. О тригонометрических линиях и взаимных их отношениях. 7. О знаках тригонометрических линий различных дуг. 8. Теоремы, относящиеся к тригонометрическим линиям. 9. Построение тригонометрических таблиц. 10. Теоремы, на которых основано решение прямолинейных треугольников. 11. Примеры численных решений различных задач, относящихся к предыдущим статьям. 12. Решение различных геометрических задач посредством тригонометрии. 13. Об орудиях, служащих к измерению линий и углов. 14. Приложение предыдущих статей к съемке планов. 15. О нивелировании.

VII класс (2 урока в неделю)

Повторение всего пройденного из математики и пополнение некоторых статей, если время и способности учащихся дозволят. Преподаватель преимущественно заботится о том, чтобы в учениках своих развить и укрепить самодеятельность в применении известных им теоретических начал к решению практических задач. […]

2.3.5. М.В. Остроградский, И. Блум. Размышления о преподавании (1860)[18]

(Извлечение)

[…] для обучения молодежи используют те же приемы, которыми пользовались Сократ и Платон для преподавания высоких истин морали людям, уже сформировавшимся путем глубокого изучения логики и философии, людям, изощренным в искусстве речи.

В течение долгого времени эти абстрактные методы были единственным способом, которым пользовались для распространения научных знаний.

[…] Впрочем, надо отметить, что наука, в современном понимании, имеет за собой весьма небольшое число веков. Поэтому не удивительно, что так медленно развивались методы обучения.

[…] Заметим мимоходом, что никто не приводит такие исторические соображения, а они ведь так хорошо помогают привлечь внимание аудитории к урокам преподавателя. Но сразу ли дало результаты это замечательное открытие, сделанное при зарождении общества? Нет. На часах истории потребовалось пятьдесят веков, чтобы прийти к тому замечательному способу, которым мы обладаем для записи чисел. Всего около девяти веков прошло с тех пор, как мы научились записывать числа

---

[18] *Остроградский, М.В.* Педагогическое наследие. Документы о жизни и деятельности / М.В. Остроградский. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – С. 32–52.

с помощью цифр, каждая из которых имеет свое собственное значение и значение, зависящее от ее положения. Этот принцип относительно цифр очень прост и, однако, только, можно сказать, случайно он стал общепринятым, притом очень медленно, в Европе и в остальном мире. Нам кажется, что важность такого глубокого открытия подчеркивают недостаточно и внимания ему уделяют слишком мало. Действительно, какие вычисления были возможны до этого открытия? Все тормозилось из-за отсутствия такой простой записи чисел. Все достижения математических наук, астрономии, механики, даже химии зависели от выполнения в уме чрезвычайно сложных действий. Ныне десятилетний ребенок может без труда выполнить вычисления, которые даже не могли себе представить великие Архимед, Пифагор или Гиппарх. Таким образом, арифметика, скромная арифметика, является относительно недавним открытием. Теперь она удивительно проста, если ее не усложняют для забавы педантическими ухищрениями.

[…] прогресс прикладных наук, делая ощутимой необходимость в подготовке инженеров, офицеров, медиков, тактиков, промышленников, требует изменения системы преподавания. Стало понятным, что техническое обучение детей следует начинать в более раннем возрасте.

[…] кто из нас не испытал несказанных огорчений в самом начале обучения элементам наук? Но мало было понять, следовало еще и запомнить то, что усваивалось с неслыханными трудностями. Кто из нас не видел, что из пятидесяти соучеников по меньшей мере сорок испытывали отвращение и падали духом из-за абстрактности идей, преподносимых нам до того, как они становились понятными на примерах, взятых из житейской практики? Преподаватели гимназий, лицеев и военных школ признаются, что они читают лекции больше для скамеек и стульев, чем для внимательных и разумных учеников. Действительно, на уроках по арифметике, геометрии и алгебре ничто не напоминает о насущной необходимости изучения этих предметов для практической жизни. Ничто не указывает на наслаждение, испытываемое при изучении этих дисциплин людьми, для которых это изучение связано с выбранной ими профессией. Ничего не рассказывают об истории наук. Осмелимся заявить, что глубокие сухие теории и непонятные определения формулируются, повторяются и пережевываются, давая только тот результат, что их усваивает очень небольшое число учеников. Создается впечатление, что тайнами науки все еще владеют служители культа Древнего Египта.

[…] Кто сможет отрицать, что имеет первостепенное значение упрощение методов, чтобы столь желательное приобщение к наукам сделать легким для преподавателя и приятным для ребенка?

[…] Мы без колебания заявляем, что изучение биографий людей, принесших пользу наукам и искусству, является одним из средств, которые мы используем, чтобы привлечь внимание учеников. Это в одно и то же время отличная разрядка и средство с помощью живого рассказа запечатлеть то или иное основное положение, либо удачное приложение теоретических принципов. Заинтересовать детский ум – это одно из основных положений нашей доктрины, и мы ничем не пренебрегаем, чтобы привить учащимся вкус, мы готовы сказать – страсть к учению.

[…] Итак, решено, что если вместо краткого резюме, которое имеет целью ознакомить с сущностью вопроса, мы должны развернуть его историю, то мы не остановимся перед тем, чтобы изложить все методы, все попытки, все успехи, все заблуждения.

[…] Изучение наук можно рассматривать с двух точек зрения. С одной стороны, хотят получить людей полезных и с опытом во всех областях деятельности цивилизованных народов. Речь идет о земледельцах, фабрикантах, коммерсантах, мореплавателях, офицерах, инженерах, врачах. С другой стороны, хотят иметь ученых, продолжающих отвлеченные исследования, произведенные наиболее выдающимися умами, не дающих погибнуть результатам, накопленным в течение предыдущих веков; одним словом, речь идет о математиках и натуралистах, физиках и астрономах, об изобретателях, обладающих могучей логикой, мощным разумом, упорством для достижения цели, о неутомимых наблюдателях и глубоких вычислителях.

[…] ученикам мы будем говорить: знайте немного, если вы не в силах знать больше, до знайте хорошо то, что вы выучили. Поэт сказал: «Кто ограничивает себя, растет». Только небольшому числу людей дано знать много и хорошо. Все могут стремиться к этому, но только немногие достигают цели. Таким образом, учите хорошо только одно, если вы не можете запомнить больше; читайте всегда одну и ту же полезную книгу, вместо того, чтобы рассеивать свое внимание на нескольких. Ради себя и ради других отлично владейте своими специальными знаниями. Если вы будете первым в своей специальности, то будете более полезным для себя и для других, чем вы будете посредственно знать и науку, и литературу, технические ремесла и искусство.

[…] Образование прекращается только вместе с прекращением жизни. Ежедневно узнаешь что-то новое, отвлекаешься от своей обычной работы, делая что-то другое. И только глупец может считать, что с достижением определенного этапа нет больше ничего, что было бы полезно изучить.

[…] все дети любят физический труд. Они проворны, изобретательны, у них хорошее настроение до тех пор, пока школа не уничтожит в них большую часть этих драгоценных ростков.

[…] скука является самой опасной отравой. Она действует беспрестанно; она растет, овладевает человеком и влечет его к наибольшим излишествам.

[…] нужно полностью овладеть вниманием учащихся, направлять его, но при обязательном условии, чтобы постепенно возрастала сила суждения, без утомления и так, чтобы это не вызывало ни усталости, ни отвращения.

[…] Дело не только в том, чтобы выучить – надо закрепить усвоенное. В этом состоит, по нашему мнению, наибольшая трудность преподавания.

[…] Мы предвидим серьезное возражение. «Вы рассуждаете, скажут нам, так, как будто уже созданы кадры воспитателей или преподавателей. Мы, как и вы, считаем, что хорошие преподаватели готовят хороших учащихся, но как обучить хороших преподавателей? Не будете ли вы вынуждены создавать образцовый педагогический институт, не придется ли еще ожидать целое поколение прежде, чем можно будет получить все то хорошее, что содержится в ваших предложениях?».

[…] Мы согласны, что это действительно очень серьезное возражение, и знаем, что необходимо обеспечить подготовку учителей и преподавателей.

[…] Преподаватель может, в крайнем случае, знать не более того, что он должен преподавать, при условии, что этими знаниями он обладает во всей их полноте, со всеми частностями, какие можно себе представить, и со всеми возможными непосредственными приложениями. Он может без особых неудобств ограничиться, например, тем, что будет знать арифметику, алгебру и основные понятия физики и химии, но он должен сочетать знание этих наук с полным их пониманием.

Никто в мире не должен знать об этих вещах больше, чем он, говорить о них лучше, сравнивать более старательно, писать более ясно.

[…] Преподаватель должен прежде всего любить свою профессию. Каждый как для своего личного счастья, так и для блага других людей должен любить свою профессию. Но преподаватель больше, чем кто бы то ни было, должен быть предан своей работе, считать ее целью всех своих усилий.

[…] Мы страстно хотим приблизить ту пору, когда почти все люди науки, преданные своей родине, с воодушевлением займутся жизненно важным вопросом преподавания наук. Все упростится тогда в жизни нации, и наука станет деятельным, настойчивым помощником, соучастником всех моральных и материальных достижений. […]

2.3.6. К.Д. Ушинский. О первоначальном обучении счету (1864)[19]

(Извлечение)

[…] При первоначальном обучении счету (пугающее имя арифметики следует оставить для высших классов) также не должно спешить и идти дальше, не иначе как вполне овладев прежним; а овладев чем-нибудь, никогда не оставлять его без постоянного приложения к делу.

Прежде всего следует выучить детей считать до 10 на наглядных предметах: на пальцах, орехах, особенных

[19] *Ушинский, К.Д.* Собрание сочинений / К.Д. Ушинский. – Том 6. – Москва; Ленинград: Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1949. – С. 331–334.

палочках, которые не жаль было бы и разломить, если придётся показать наглядно половину, треть и т.д. Считать следует учить назад и вперёд, так чтобы дети с одинаковой лёгкостью считали от единицы до 10 и от 10 до единицы. Потом следует приучить их считать парами: два, четыре, восемь, десять, и наоборот: десять, восемь и т.д.; тройками: три, шесть, девять и одна лишняя; далее четвёрками: четыре, восемь и два; и, наконец, пятками: так чтобы дети тут же поняли, что половина 10 = 5, что половина 8 = 4, что два раза 4 будет 8, два раза 5 будет 10 и т.д. Словом, не следует здесь стесняться громкими названиями: сложение, вычитание, умножение, дробные и целые числа и т.д., а просто приучить дитя распоряжаться с десятком совершенно свободно – и делить, и умножать, и дробить.

Когда дети совершенно овладеют десятком, тогда следует перейти с ними прямо к сотне, и перейти наглядным образом, а именно: связать десять пучков, из которых в каждом было бы ровно по 10 палочек, так чтобы дети с первого же раза совершенно ясно усвоили, что сотня есть только 10 десятков и что над 10 десятками или 10 пучками они могут делать то же самое, что делали над 10 единицами или 10 отдельными палочками, т.е. и прибавлять, и убавлять, и дробить и т.д.

Только после приобретения детьми совершенно ясного понятия о составе десятка и сотни следует перейти с ними к числам, состоящим из десятков и единиц, а потом – из сотен, десятков и единиц.

Весьма полезно упражнение не только в счислении, но вообще и во внимании: это счёт вперёд и назад, прибавляя или убавляя по 2, по 3, по 4 и т.д. В таком счёте весь класс может принимать участие; так, один ученик говорит: три, следующий должен сказать: шесть, третий – девять и т.д. или, наоборот: первый ученик говорит: сто, второй – девяносто семь и т.д.

Как только окажется возможным, следует дать детям аршин и складную (на ленте или верёвочке) сажень, весы и горсть мелкой монеты. Пусть дети меряют, весят, считают. Это очень оживляет преподавание, нравится детям и укрепляет их в счислении.

Если вы успели добиться того, что в голове дитяти прочно и ясно отразили состав сотни из десятков и десятков из единиц и приучили дитя распоряжаться этими представлениями совершенно свободно: считать и вперёд, и назад, делить, умножать и дробить, то можете приступить уже к письменному счету.

Приучив дитя писать первые десять цифр, следует объяснить ему, что для десятка нет особой цифры, что он означается местом, на которое его ставят, и что для показания незанятого места существуют ноли.

Вы показываете сначала детям, что двадцать пишется 2 и ноль, а двести 2 и два ноля. Потом приучайте сводить и единицы, и десятки, и сотни в один ряд, заменяя цифрами нолики, так чтобы дитя приучилось к следующему составу цифр:

$$\begin{array}{l} 200 \\ +30 \\ \underline{+\ \ 5} \\ 235. \end{array}$$

Всё это делается для того, чтобы дети усвоили ясно десятичную систему и её выражение в цифрах, что и составляет главное основание умения считать, а потому и арифметики.

К решению письменных задач (до сих пор я говорил только о наглядном и умственном счислении) следует приводить детей понемногу. Пусть сначала дети приучатся уже решённую умственно задачу написать на доске сначала словами и, наконец, цифрами и арифметическими знаками; так, например:

пять да три будет восемь

5 да 3 будет 8

5+3=8.

Это упражнение продолжается до тех пор, пока дети привыкнут проворно и без ошибки писать на доске цифрами и арифметическими знаками всякую задачу, предварительно решённую ими умственно. Затем следует приучать детей читать на доске задачу, решённую учителем, т.е. быстро передавать и цифры, и арифметические знаки словами.

Эти упражнения имеют целью приучить детей к арифметическому языку: к арифметическому письму и чтению.

У многих детей кажущаяся непонятливость в арифметике зависит от непривычки к арифметическому языку. Наставник же, задающий детям письменную задачу и в то же время приучающий их к новому для них языку, делает важную педагогическую ошибку: он требует от детей одновременно двух дел и потому слишком затрудняет детей, и они не могут выполнить ни одного как следует. Вот почему я советую предварительно приучить детей писать и читать задачи уже решённые, а потом перейти к решению письменных задач.

Само собой разумеется, что дети не должны выучивать никаких арифметических правил, а сами открывать их. Так, например, не следует говорить детям, что, если нельзя вычесть единиц из единиц, то следует занять единицу из десятков и т.п.; но должно дать ученику два десятичных пучка палочек и, кроме того, несколько палочек отдельно, положим три: скажите потом ребёнку, чтобы он дал вам четыре палочки, и дитя само увидит необходимость развязать один десятичный пучок и, когда сочтёт потом, что у него осталось, то легко поймёт, как занимать из десятков, сотен и т.д. Когда же все дети поймут какой-нибудь простой арифметический закон и привыкнут его выполнять и умственно, и словесно, и письменно, тогда вы можете формулировать этот закон в арифметическое правило, собственно для приучения детей к точности выражений. Содержание для задач должно брать, сколько возможно, из мира, окружающего детей: пусть они вымеряют весь свой класс, все скамьи, двери и окна, пусть пересчитают страницы всех своих книг и тетрадей; пусть сочтут свои годы, сочтут недели, дни и часы до праздников и т.п.

Задачи, конечно, должны усложняться постепенно, но никогда не должны терять своего практического, наглядного характера. Впоследствии эти задачи могут быть первыми уроками в домашнем хозяйстве и политической экономии. Так, например, пусть дитя разочтёт верно, что стоит его курточка: причём цена сукна, плата за работу и т.д. не должны быть даваемы наобум, но, по возможности, ближе к настоящим ценам.

В швейцарских школах мне удалось видеть пример, как наставник может воспользоваться арифметическими задачами, чтобы ввести детей в понимание экономической деятельности. Я слышал, например, как один швейцарский наставник рассчитывал с классом, что стоит хлебец, который дети съели за завтраком, и отчего он столько стоит. Это был самый занимательный урок, и притом самый полезный: дети познакомились не только с ценами, входящими в состав цены хлеба, но даже с отношениями всех лиц, принимающих участие в производстве хлеба и в установлении его цены; они узнали, сколько берёт мельник и почему он берёт столько; какое вознаграждение досталось булочнику и почему и т.д. [...]

2.3.7. Преподавание математики в гимназии

Таблица 2.1 – **Количество уроков по предметам в гимназии (1871)**[20]

Учебные предметы	Классы								Всего (без пригот. класса)
	Пригот. класс	1	2	3	4	5	6	7 (2 года)	
Закон Божий	4	2	2	2	2	2	1	1(1)	13
Русский язык с церковно-славянским	6	4	4	4	3	3	2	2(2)	24
Краткие основания логики								(1)	1
Латинский язык		8	7	5	5	6	6	6(6)	49
Греческий язык				5	6	6	6	6(7)	36
Математика (с физикой и кратким естествознанием)	6	5	4	3	3	4	6	6(6)	37
История				2	2	2	2	2(2)	12
География		2	2	2	2			1(1)	10
Французский язык			3	3	3	3	3	2(2)	19
Немецкий язык			3	3	3	3	3	2(2)	19
Чистописание	6	3	2						5

[20] Цит. по: *Одинец, В.П.* Зарисовки по истории математического образования России со второй половины XVIII века до 1917 года: учебное пособие / В.П. Одинец. – Сыктывкар: Коми пединститут, 2011. – С. 13–14.

2.3.8. А.Ф. Малинин, Ф.И. Егоров.
Курс наглядной геометрии и собрание геометрических задач для уездных училищ (1873)[21]

(Извлечение)

[…] **19. Вопросы.** 1) В каких направлениях могут быть прямые линии относительно поверхности земли? 2) Какое направление наз. вертикальным, горизонтальным, косвенным? 3) Укажите в комнате линии вертик.? горизонтальные? косвенные? 4) Какие плоскости наз. вертик.? горизонт.? наклон.? 5) Укажите несколько плоскостей вертик.? горизонт.? наклон.? 6) Какое положение имеет плоскость потолка? пола? стен? 7) Можно ли на вертик. плоскости провести горизонт. линию? 8) Можно ли на горизонт. плоскости провести вертик. линию? 9) Как чертятся вертик., горизонт., косвенные линии на доске или на бумаге? 10) Как поставить какую нибудь палку отвесно? 11) Как узнать, вертикальна лн какая-нибудь плоскость, или нет? 12) Как узнать, горизонтальна ли какая-нибудь плоскость, или нет?

20. Черчение прямой линии. Прямые линии чертятся посредством линейки; кладут линейку на бумагу или на доску и проводят по краю её черту карандашом, мелом и т.п. Если при этом не назначено точек, чрез которые должна проходить прямая линия, то линейку

---

[21] *Малинин, А.Ф.* Курс наглядной геометрии и собрание геометрических задач для уездных училищ / А.Ф. Малинин, Ф.И. Егоров. – Москва: Братья Салаевы, 1873. – Текст: электронный // Образование. Старые учебники: [сайт]. – URL: http://oldskola1.narod.ru/Malinin/Malinin01.htm (дата обращения: 10.11.2021).

можно положить в каком угодно месте бумаги или доски – и тогда можно провести сколько угодно прямых линий. Точно также можно провести множество прямых и в том случае, если будет дана только одна точка, чрез которую должна проходить прямая; в обоих этих случаях задача будет *неопределенною* *).

*) Задача наз. неопределенною, если она допускает множество решений; такова напр. задача: 24 пуда муки рассыпаны поровну в несколько мешков; сколько было мешков? Мешков может быть различное количество, смотря по тому, сколько насыпано муки в каждый мешок; если напр. в каждом мешке по пуду, то мешков 24; если по полпуду, то 48 и т.д.

[…] **22. Вопросы и задачи.** 1) Как начертить прямую линию? 2) Как поверить линейку? 3) Начертить несколько линий вертикальных? горизонтальных? косвенных? 4) Как проводится прямая линия по поверхности земли? 5) Что значит провешить линию? 6) Взять три точки А, В, С, не лежащие на одной прямой, и провести между ними сколько возможно прямых линий.

23. Предмет геометрии. Наука, занимающаяся изучением различных свойств тел, поверхностей, линий, наз. геометрией. Она рассматривает тела только по отношению к их величине и к наружному виду, или к их форме, не обращая внимания на вещество, из которого они состоят, их вес, цвет и другие свойства. В некоторых случаях нужно бывает знать величину самого тела; положим напр., что мы имеем амбар, в который складывают мешки с мукой; понятно, что чем больше амбар, тем больше и муки в нем поместится; чтобы знать, сколько именно поместится мешков с мукой, мы должны знать величину самого амбара и величину каждого мешка. Подобным образом, если хотим знать, сколько надо воды, чтобы наполнить какой-нибудь бассейн, то нужно определить вместимость этого бассейна.

Иногда же нужно бывает определить только поверхность тела, как напр. при окраске дома, оклейке обоями комнаты, мощении улицы, настилке пола и т.п.

Наконец, если хотим узнать расстояние между двумя городами, высоту башни или горы, глубину реки, колодца и т.п., то мы должны измерить только одно протяжение – линию; на поверхность же башни, реки и т.п. мы при этом не обращаем внимания.

Предыдущие примеры показывают, что иногда нужно бывает определить только одно протяжение, иногда два, а иногда и все три; поэтому, хотя поверхности и линии не существуют отдельно от тел, но мы для удобства будем их рассматривать отдельно – и именно сперва рассмотрим свойства линий, затем перейдем к поверхностям и наконец займемся изучением различных свойств тел.

[…] **27. Вопросы.** 1) Чем занимается геометрия? 2) Скажите несколько примеров, где бы требовалось знать величину или вместимость тела? поверхность? линию? 3) Какие линии рассматриваются в геометрии? 4) Что наз. окружностью? радиусом? диаметром? дугою? 5) Как чертится окружность? 6) Какие тела рассматриваются в геометрии?

28. Задачи. 1) Из данной точки описать окружность.

2) Описать окружность данным радиусом?

3) Из данной точки описать окружность данным радиусом?

4) Что должно быть дано, чтобы было известно положение и величина окружности?

5) Имеем окружность, у которой радиус = 1 вершку; точка A лежит в расстоянии $1^1/_2$ верш. от центра, точка B на $^3/_4$ верш., точка C на расстоянии 1 верш. Определить положение этих точек относительно окружности?

6) Где будут лежать точки, находящиеся на расстоянии 2 дюйма от точки A?

7) Что будет геометрическим местом точек, отстоящих на 1 вершок от точки B? […]

2.3.9. В.В. Бобынин. Философское, научное и педагогическое значение истории математики (1886)[22]

(Извлечение)

[…] Умственное развитие молодых поколений управляется теми же законами и вследствие этого проходит в существенных чертах те же самые фазы развития, которые имели место в соответствующих ступенях умственного развития всего человечества.

---

[22] *Бобынин, В.В.* Философское, научное и педагогическое значение истории математики / В.В. Бобынин. – Москва: Издательство редакции журнала «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», 1886. – С. 27, 31.

[…] История математики должна начертить искусству преподавания математики подробную программу и также вместе с Философией математики указать ему приемы и методы исполнения этой программы.

[…] преподавание каждой науки должно идти тем же путем, которым шла при своем развитии сама наука, и что, следовательно, для правильной и строго научной постановки дела преподавания необходимо знать, во-первых, фазы развития науки в прошлом и, во-вторых, законы и вытекающие из них практические условия этого развития.

2.3.10. С.В. Ковалевская. Воспоминания детства (1889)[23]

(Извлечение)

Я помню в детстве две особенно сильные привязанности – к двум моим дядям. Один из них был старший брат моего отца, Петр Васильевич Корвин-Круковский. […]

Хотя он математике никогда не обучался, но питал к этой науке глубочайшее уважение. Из разных книг набрался он кое-каких математических сведений и любил пофилософствовать по их поводу, причем ему часто случалось размышлять вслух в моем присутствии. От него услышала я, например, в первый раз о квадратуре круга, об асимптотах, к которым кривая постоянно приближается,

[23] *Ковалевская, С.В.* Воспоминания. Повести / С.В. Ковалевская. – Москва; Ленинград: Наука, 1974. – С. 36, 42–43.

никогда их не достигая, о многих других вещах подобного же рода, – смысла которых я, разумеется, понять еще не могла, но которые действовали на мою фантазию, внушая мне благоговение к математике как к науке высшей и таинственной, открывающей перед посвященными в нее новый чудесный мир, недоступный простым смертным.

Говоря об этих первых моих соприкосновениях с областью математики, я не могу не упомянуть об одном очень курьезном обстоятельстве, тоже возбудившем во мне интерес к этой науке.

Когда мы переезжали на житье в деревню, весь дом пришлось отделать заново и все комнаты оклеить новыми обоями. Но так как комнат было много, то на одну из наших детских комнат обоев не хватило, а выписывать-то обои приходилось из Петербурга, это было целой историей, и для одной комнаты выписывать решительно не стоило. Все ждали случая, и в ожидании его эта обиженная комната так и простояла много лет с одной стеной, оклеенной простой бумагой. Но, по счастливой случайности, на эту предварительную оклейку пошли именно листы литографированных лекций Остроградского о дифференциальном и интегральном исчислении, приобретенные моим отцом в его молодости.

Листы эти, испещренные странными, непонятными формулами, скоро обратили на себя мое внимание. Я помню, как я в детстве проводила целые часы перед этой таинственной стеной, пытаясь разобрать хоть отдельные фразы и найти тот порядок, в котором листы должны бы следовать друг за другом. От долгого ежедневного созерцания внешний вид многих формул так и врезался в моей памяти, да и самый текст оставил по себе глубокий след в мозгу, хотя в самый момент прочтения он и остался для меня непонятным.

Когда, много лет спустя, уже пятнадцатилетней девочкой, я брала первый урок дифференциального исчисления у известного преподавателя математики в Петербурге, Александра Николаевича Страннолюбского, он удивился, как скоро я охватила и усвоила себе понятия о пределе и о производной, «точно я наперед их знала». Я помню, он именно так и выразился. И дело, действительно, было в том, что в ту минуту, когда он объяснял мне эти понятия, мне вдруг живо припомнилось, что все это стояло на памятных мне листах Остроградского, и самое понятие о пределе показалось мне давно знакомым.

2.3.11. А.П. Киселёв. Элементарная геометрия (1892)[24]

(Извлечение)

1. Геометрические фигуры. Часть пространства, ограниченная со всех сторон, называется геометрическим телом.

---

[24] *Киселёв, А.П.* Элементарная геометрия для средних учебных заведений / А.П. Киселев. – Москва: Типография Лашкевич, Знаменский и К°, 1892. – С. 3–5.

Геометрическое тело отделяется от окружающего пространства поверхностью.

Часть поверхности отделяется от смежной части линией.

Часть линии отделяется от смежной части точкой.

Геометрическое тело, поверхность, линия и точка не существуют раздельно. Однако при помощи отвлечения мы можем рассматривать поверхность независимо от геометрического тела, линию – независимо от поверхности и точку – независимо от линии. При этом поверхность мы должны представить себе не имеющей толщины, линию – не имеющей ни толщины, ни ширины и точку – не имеющей ни длины, ни ширины, ни толщины.

Совокупность каких бы то ни было точек, линий, поверхностей или тел, расположенных известным образом в пространстве, называется вообще геометрической фигурой. Геометрические фигуры могут перемещаться в пространстве, не подвергаясь никаким изменениям. Две геометрические фигуры называются равными, если перемещением одной из них в пространстве её можно совместить со второй фигурой так, что обе фигуры совместятся во всех своих частях.

2. Геометрия. Наука, рассматривающая свойства геометрических фигур, называется геометрией, что в переводе с греческого языка означает землемерие. Возможно такое название этой науке было дано потому, что в древнее время главной целью геометрии было измерение расстояний и площадей на земной поверхности.

3. Плоскость. Из различных поверхностей наиболее знакомая нам есть плоская поверхность, или просто п л о с к о с т ь, представление о которой даёт нам, например, поверхность хорошего оконного стекла или поверхность спокойной воды в пруде.

Укажем следующее свойство плоскости: Всякую часть плоскости можно наложить всеми её точками на другое место этой или другой плоскости, причём накладываемую часть можно предварительно перевернуть другой стороной.

4. Прямая линия. Самой простой линией является прямая. Представление о прямой линии, или просто о прямой, всем хорошо знакомо. Представление о ней даёт туго натянутая нить или луч света, выходящий из малого отверстия. С этим представлением согласуется следующее основное свойство прямой.

Через всякие две точки пространства можно провести прямую и притом только одну.

Из этого свойства следует:

Если две прямые наложены одна на другую так, что какие-нибудь две точки одной прямой совпадают с двумя точками другой прямой, то эти прямые сливаются и во всех остальных точках (потому что в противном случае через две точки можно было бы провести две различные прямые, что невозможно).

По той же причине две прямые могут пересечься только в одной точке.

Прямая линия может лежать на плоскости. При этом плоскость обладает следующим свойством. Если на плоскости взять какие-нибудь две точки и провести через них прямую линию, то все точки этой прямой будут находиться в этой плоскости. […]

2.3.12. Первый Всероссийский съезд преподавателей математики (1911-1912)[25]

(Извлечение)

[…] Съезд имеет целью провозглашенное обсуждение следующих вопросов:

1) психологические основы обучения математике (активность, наглядность, роль интуиции и логики и т.п.);

2) содержание курса школьной математики с точек зрения: а) современных научных тенденций, б) современных запросов жизни, в) современных общепедагогических воззрений;

3) согласование программ математики средней школы с программами низших и высших школ;

4) вопросы методики школьной математики;

5) учебники и учебные пособия;

6) исторические и философские элементы в курсе математики средней школы;

7) рисование, лепка и ручной труд как вспомогательные средства при обучении математике;

8) подготовка учителей математики. […]

---

[25] Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики. – Том 1: Общие собрания. – Санкт-Петербург: Север, 1913. – С. XV.

2.4. Темы для рефератов/докладов

1. Развитие методики преподавания математики в XIX в.

2. Российские учебно-методические издания по преподаванию математики (XIX в.).

3. Дискуссии на Всероссийских съездах преподавателей математики (начало XX в.).

2.5. Задания для самостоятельной работы

1. Выберите правильный вариант ответа:

Обучение –

а) целенаправленный процесс воспитания и обучения в интересах человека, общества, государства;

б) целенаправленная деятельность, призванная формировать у детей систему качеств личности, взглядов и убеждений;

в) активная целенаправленная познавательная деятельность ученика под руководством учителя, в результате которой обучающийся приобретает систему научных знаний, умений и навыков, у него формируется интерес к учению, развиваются познавательные и творческие способности и потребности, а также нравственные качества личности;

г) научное проектирование и точное воспроизведение гарантирующих успех педагогических действий.

(1 балл)

2. Приведите в соответствие имена наших выдающихся соотечественников и связанное с одним из них название учебного заведения:

Нижегородский государственный университет –

а) Н.К. Вальцов.

б) А.П. Киселёв.

в) Н.И. Лобачевский.

г) Н.А. Шапошников.

(1 балл)

3. Ученый и поэт А.Л. Чижевский написал о Н.И. Лобачевском следующие строки:

[…] Прозрел он тьмы едино слитых
Пространств в незыблемости узкой,
Колумб вселенных тайно скрытых,
Великий геометр русский[26].

Каково ваше представление о великом российском математике и педагоге? Обоснуйте свой ответ.

(4 балла)

4. Заполните табл. 2.1:

Таблица 2.1 – **Биография П.Л. Чебышёва**

№	**Дата**	**Локализация**	**Событие**

(5 баллов)

[26] *Чижевский, А.Л.* Лобачевский / А.Л. Чижевский // Муза в храме науки: сборник стихотворений. – 2-е изд., доп. и перераб. – Москва: Советская Россия, 1988. – С. 239.

5. К.Д. Ушинский утверждал: «Педагогика не наука, а искусство – самое обширное, сложное, самое высокое и самое необходимое из всех искусств. Искусство воспитания опирается на науку. Как искусство сложное и обширное, оно опирается на множество обширных и сложных наук; как искусство оно кроме знаний требует способности и наклонности, и как искусство же оно стремится к идеалу, вечно достигаемому и никогда вполне недостижимому: к идеалу совершенного человека»[27].

Согласны ли вы с мнением ученого? Аргументируйте свою позицию.

(4 балла)

6. Кратко охарактеризуйте вклад следующих деятелей в развитие отечественного математического образования:

М.В. Остроградский

В.Я. Буняковский

А.П. Киселёв

(5 баллов)

[27] *Ушинский, К.Д.* Человек как предмет воспитания / К.Д. Ушинский. – Москва; Ленинград: Академия педагогических наук РСФСР, 1946. – С. 10.

7. Заполните табл. 2.2:

Таблица 2.2. – **Московское математическое общество**

Период	Президент	Общая характеристика деятельности

(5 баллов)

8. Посмотрите трехсерийный художественный фильм «Софья Ковалевская» (режиссер А.Г. Шахмалиева, 1985).

Напишите эссе о своих впечатлениях, последовательно выступая с позиций «педагога», «математика», «критика-эстета», «критика-историка» и др. В итоге, обоснуйте свою личную оценку фильма и вклада ученого в развитие и популяризацию математического знания.

(5 баллов)

9. Существует множество пословиц о знании и учении: «умный любит учиться, а дурак учить», «богатые – те деньги учат, а бедные – те книги мучат», «от умного научишься, от глупого разучишься», «дурака учить – решетом воду носить» и др.

Согласны ли вы с народной мудростью? Что вы думаете об эффективности деятельности современного учителя математики?

(4 балла)

10. Ознакомьтесь со статьей Г.В. Кондратьевой «К вопросу о модернизации отечественного школьного математического образования в XIX–XXI веках» и заполните табл. 2.3:

Таблица 2.3. – **Развитие школьного математического образования во второй половине XIX века**

Период	Фаза	Общая характеристика

(4 балла)

11. Герои повести Л.А. Кассиля «Кондуит и Швамбрания» вспоминали, что после Февральской революции в гимназии «учителя не ставили в наши дневники и тетради единиц и пятерок. Вместо единицы писалось "плохо", вместо двойки – "неудовлетворительно". Тройку заменяло "удовлетворительно". "Хорошо" означало прежнюю четверку, а "отлично" стоило пятерки. Потом, чтобы не утратить прежних "плюсов" и "минусов", стали писать "очень хорошо", "не вполне удовлетворительно", "почти отлично" и так далее»[28].

Как вы относитесь к «реформе оценок», проведенной в начале XX века? Обоснуйте свое мнение.

(4 балла)

[28] *Кассиль, Л.А.* Три страны, которых нет на карте / Л.А. Кассиль // Повести. – Москва: Детская литература, 1978. – С. 126.

12. Ядром – компонентами методической системы обучения математике являются цели, содержание, обучения, ………………….. и взаимосвязи между ними:

1) методы;

2) организационные формы;

3) средства;

4) 1, 2, 3.

(1 балл)

13. Отметьте один правильный ответ.

Большей посылкой в доказательстве утверждения методом математической индукции является принцип … индукции.

Пропущено слово:

а) аксиоматической; б) математической; в) неполной; г) полной; д) прямой.

(1 балл)

14. Отметьте все правильные ответы.

В число главных вопросов содержательной методической линии «уравнения» в школьном курсе математики входят:

а) понятие корня уравнения;

б) понятие многочлена;

в) понятие уравнения;

г) понятие тождества;

д) условия равносильности уравнений.

(2 балла)

15. Отметьте один правильный ответ.

К содержательно-методической линии тождественных преобразований иррациональных выражений не относится:

а) вынесение множителя из-под знака корня;

б) понятие корня уравнения;

в) понятие степени с натуральным показателем;

г) приведение одночлена к стандартному виду и наоборот;

д) сокращение алгебраической дроби.

(1 балл)

16. Отметьте все правильные ответы.

К методам решения задач на построение относятся:

а) алгебраический метод;

б) арифметический метод;

в) векторный метод;

г) метод геометрических мест точек;

д) метод геометрических преобразований.

(2 балла)

17. Отметьте один правильный ответ.

К числу элементарных (простейших) задач на построение с помощью циркуля и линейки не относится задача о построении:

а) биссектрисы данного угла;

б) прямой, проходящей через две данные точки;

в) прямой, перпендикулярной данной прямой и проходящей через данную точку;

г) середины данного отрезка;

д) угла, равного данному углу.

(1 балл)

18. К систематическим видам внеурочной работы по математике относится:

1) кружковая работа и факультативные занятия;

2) математический утренник;

3) выпуск математической газеты;

4) олимпиада.

(1 балл)

19. Под понятием «логика» понимают:

1) возможность выполнять любые задачи;

2) инструменты усвоения детьми окружающей действительности;

3) разумное внутреннее строение суждения, способность доводить правильные и опровергать неправильные суждения;

4) способы усвоения математических знаний.

(1 балл)

20. Ознакомьтесь с публикациями периодических изданий, специализирующихся на проблемах преподавания математики, и составьте аннотированный список статей по теме своей курсовой работы.

(5 баллов)

Список рекомендуемой литературы

Источники

1. *Киселёв, А.П.* Элементарная геометрия: Книга для учителя / А.П. Киселёв. – Москва: Просвещение, 1980. – 287 с., ил. – Текст: непосредственный.
2. *Лобачевский, Н.И.* Избранные труды по геометрии / Н.И. Лобачевский. – Москва: Издательство Академии Наук СССР, 1956. – 596 с. – Текст: непосредственный.
3. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики: 27 дек. 1911 г. – 3 янв. 1912 г. – Т. 1. – Санкт-Петербург, 1913. – С. 24 // Общие собрания. – 1913. – XVI, 608 с.: ил. – Текст: непосредственный.
4. *Чебышёв, П.Л.* Теория вероятностей: лекции, воссозданные по записям А.М. Ляпунова: учебное пособие / П.Л. Чебышёв. – Изд. 2-е. – Москва: URSS, 2021. – 252 с. – ISBN 978-5-9710-8102-9. – Текст: непосредственный.
5. *Шапошников, Н.А.* Критические заметки по вопросам математики в связи с преподаванием ее / Н.А. Шапошников. – Москва: Типография Московского университета, 1912. – 132 с. – Текст: непосредственный.

Основная литература

6. *Далингер, В.А.* Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем: учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 338 с. – ISBN 978-5-534-05736-2. – Текст: непосредственный.

7. *Он же.* Методика обучения математике. Традиционные сюжетно-текстовые задачи: учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 174 с. – ISBN 978-5-534-09591-3. – Текст: непосредственный.
8. Методика развивающего обучения математике: учебное пособие для вузов / В.А. Далингер, Н.Д. Шатова, Е.А. Кальт, Л.А. Филоненко; под общей редакцией В.А. Далингера. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 297 с. – ISBN 978-5-534-05734-8. – Текст: непосредственный.
9. *Ястребов, А.В.* Методика преподавания математики: задачи: учебное пособие для вузов / А.В. Ястребов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 201 с. – ISBN 978-5-534-08353-8. – Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

10. *Брылевская, Л.И.* Миф об Остроградском: правда и вымысел / Л.И. Брылевская. – Текст: электронный / Л.И. Брылевская // Vivos voco!: [сайт]. – URL: http://vivovoco.astronet.ru/VV/PAPERS/BIO/OSTROG.HTM (дата обращения: 10.11.2021).
11. Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 37: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2016. – 255 с. – ISBN978-5-94809-829-6. – Текст: непосредственный.

12. *Глейзер, Г.И.* История математики в школе: VII–VIII классы / Г.И. Глейзер. – Москва: Просвещение, 1982. – 240 с. – Текст: непосредственный.
13. *Гнеденко, Б.В.* Очерки по истории математики в России / Б.В. Гнеденко. – 4-е изд. – Москва: URSS, 2009. – 292 с. – ISBN 978-5-397-00779-5. – Текст: непосредственный.
14. *Гончаров, М.А.* Подготовка педагогических кадров в России в XIX – начале XX в. / М.А. Гончаров // Преподаватель XXI век. – 2011. – № 1-1. – С. 129–139. – Текст: непосредственный.
15. *Гудков, Д.А.* Н.И. Лобачевский. Загадки биографии / Д.А. Гудков. – Нижний Новгород: ННГУ, 1992. – 242 с. – ISBN 5-230-04151-X. – Текст: непосредственный.
16. *Демьянов, В.П.* Рыцарь точного знания (П.Л. Чебышёв) / В.П. Демьянов. – Москва: Знание, 1991. – 192 с. – ISBN 5-07-000060-8. – Текст: непосредственный.
17. *Кондратьева, Г.В.* К вопросу о модернизации отечественного школьного математического образования в XIX–XXI веках / Г.В. Кондратьева // Перспективы науки и образования. – 2013. – № 3. – С. 55–62. – Текст: непосредственный.
18. *Лунев, П.И.* Использование элементов математики в преподавании географии 6 класса / П.И. Лунев, О.В. Коротких, Т.В. Кондратова // Инновационная наука. – 2021. – № 2. – С. 111–114. – Текст: непосредственный.
19. *Овчинникова, М.В.* Использование неравенства Буняковского для решения экстремальных геометрических

задач как объект изучения в личностно-ориентированной подготовке будущих учителей математики / М.В. Овчинникова // Проблемы современного педагогического образования. – 2017. – № 54-1. – С. 156–163. – Текст: непосредственный.
20. *Омарова, А.Д.* Применение групповых технологий на уроках обобщения и углубления знаний при обучении математике / А.Д. Омарова, Е.В. Гулынина, Н.Ю. Ботвинеева // Научное обозрение. Серия 2: Гуманитарные науки. – 2020. – № 1–2. – С. 97–107. – Текст: непосредственный.
21. Очерки истории становления и развития методик общего среднего образования. – Т. 2, ч. 1: Естественнонаучное образование [до середины XX века] / А.А. Лаврентьев и др. – Москва; Санкт-Петербург: Нестор-История, 2014. – 298, [1] с.: ил., портр., табл. – ISBN 978-5-4469-0291-0. – Текст: непосредственный.
22. *Прудников, В.Е.* Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков / В.Е. Прудников. – Москва: Учпедгиз, 1956. – 640 с. – Текст: непосредственный.
23. *Умняков, П.Н.* Карл Карлович Мазинг (1849–1926) / П.Н. Умняков, Е.В. Умнякова, Н.П. Умнякова. – Москва: Наука, 2004. – 150, [1] с.: ил., портр. – ISBN 5-02-032754-9. – Текст: непосредственный.

Справочная литература

24. *Коджаспирова, Г.М.* Педагогический словарь: для студентов высш. и сред. пед. учеб. заведений / Г.М. Коджаспирова, А.Ю. Коджаспиров. – 2-е изд., стер. –

Москва: Academia, 2005. – 176 с. – ISBN 5-7695-2145-7. – Текст: непосредственный.

Видеоматериалы

25. Как преподавать математику онлайн? Интервью с онлайн-репетитором по математике [Видеозапись] // Ruclip.com: [сайт]. – URL: https://ruclip.com/video/f5fkXgEJc4Y/как-преподавать-математику-онлайн-интервью-с-онлайн-репетитором-по-математике.html (дата обращения: 10.11.2021).
26. *Кириченко, В.* Неевклидова геометрия Лобачевского [Видеозапись] / В. Кириченко // ПостНаука: [сайт]. – URL: https://postnauka.ru/video/84631 (дата обращения: 10.11.2021).
27. П.Л. Чебышёв: 200 лет со дня рождения [Видеозапись] // Vk.com: [сайт]. – URL: https://vk.com/etudesru?w=wall-192547232_2822&z=video-192547232_456239030%2F3bf5428cdbd14b364e%2Fpl_post_-192547232_2822 (дата обращения: 10.11.2021).
28. *Савватеев, А.* Нерешенные задачи школьной математики [Видеозапись] / А. Савватеев // ПостНаука: [сайт]. – URL: https://postnauka.ru/video/154855 (дата обращения: 10.11.2021).
29. Типичные ошибки учителей при проведении уроков математики в основной школе [Видеозапись] // Ruclip.com: [сайт]. – URL: https://ruclip.com/video/7JEy0xNZ_ME/типичные-ошибки-учителей-при-проведении-уроков-математики-в-основной-школе.html (дата обращения: 10.11.2021).

30. Царица наук: Николай Андреев о том, как математика влияет на нашу жизнь и будущее [Видеозапись] / Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=3kH-o-7-c7A (дата обращения: 10.11.2021).

Аудиоматериалы

31. Олимпиадные задачи. Математика. Часть 193 [Аудиозапись] // Soundstream.media: [сайт]. – URL: https://soundstream.media/clip/olimpiadnyye-zadachi-matematika-chast-193 (дата обращения: 10.11.2021).

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

32. Вебинары «Теория и методика преподавания учебных дисциплин» [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/playlist?list=PLqwo6zbNj50DTFFyZcTtCYDSVO6BcEym1 (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
33. Информационный центр «Библиотека имени К.Д. Ушинского» РАО [сайт]. – URL: http://www.gnpbu.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
34. Историко-математические исследования [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=imi&option_lang=rus (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

35. Московское математическое общество: [сайт]. – URL: http://mms.mathnet.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
36. Педагогика. Научно-теоретический журнал РАО [сайт]. – URL: http://pedagogika-rao.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
37. Школа-Пифагора.рф [сайт]. – URL: http://школа-пифагора.рф (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

ТЕМА 3. РАЗВИТИЕ СОВЕТСКИХ ТРАДИЦИЙ

3.1. Образовательные, научные и административные учреждения

Государственный комитет СССР по народному образованию (1988–1991) – центральный орган государственного управления всей системой образования в стране.

Государственный учёный совет (ГУС) (1919–1933) – руководящий научно-методический орган Наркомпроса РСФСР, ведавший осуществлением политики государства в области науки, искусства, образования и социалистического воспитания.

Математический институт им. В.А. Стеклова (1934 – н.в.) – научно-исследовательский институт Академии наук СССР, один из центров математической науки в стране.

Министерство высшего и среднего специального образования СССР (Минвуз СССР) (1946–1988) – центральный орган государственного управления высшей и средней специальной школой.

Министерство просвещения РСФСР (Минпрос РСФСР) (1946–1988) – союзно-республиканское министерство РСФСР, в своей деятельности подчинялось как Совету министров РСФСР, так и Министерству просвещения СССР. Осуществляло руководство общим средним, средним и высшим педагогическим образованием, дошкольным и внешкольным воспитанием детей в РСФСР.

Народный комиссариат просвещения РСФСР (Наркомпрос РСФСР) (1918–1946) – орган государственной власти РСФСР, контролировавший в 1920–1930-х годах практически все культурно-гуманитарные сферы: образование, науку, библиотечное дело, книгоиздательство, музеи, театры и кино, клубы, парки культуры и отдыха, охрану памятников архитектуры и культуры, творческие объединения, международные культурные связи и др.

Научно-исследовательский институт (НИИ) – государственное учреждение, специально созданное для организации научных исследований и проведения опытно-конструкторских разработок. В СССР НИИ создавались при министерствах, академических и крупнейших учебных заведениях, являясь основной организационной формой обеспечения научного прогресса.

Профессиональное училище (ПУ) (1950-е – 1980-е) – в СССР учреждение среднего профессионального образования по подготовке квалифицированных рабочих по профессиям, требующим повышенного образовательного уровня. В ПУ (1–2 года обучения, позднее – 3–4 года) принималась молодёжь, окончившая 8-летнюю школу. Учащиеся обеспечивались питанием, одеждой (или стипендией).

Рабочий факультет (рабфак) (1919–1935, 1970–1980-е) – учреждение системы народного образования в СССР (курсы, позже собственно факультеты), которое подготавливало рабочих и крестьян для поступления в высшие учебные заведения. По общему правилу выпускники рабфаков зачислялись в вузы без вступительных экзаменов (либо в качестве таковых им засчитывались выпускные испытания на рабфаках).

Ремесленное училище (РУ) (1940 – 1950-е) – в СССР учебное заведение начального профессионального образования по подготовке квалифицированных рабочих для промышленности, транспорта, связи, сельского хозяйства и др. Обучалась молодёжь, обоего пола, 14–17 лет, как правило, с 7-летним образованием. Обучение длилось в основном два–три учебных года. Учащиеся находились на государственном обеспечении.

Техникум – в СССР среднее техническое или специальное профессиональное учебное заведение.

Физико-математические школы-интернаты (ФМШИ) (1963–1991) – в СССР специализированные школьные учебные заведения с углублённым изучением физики, математики и других предметов. Предназначались главным образом для обучения и проживания иногородних школьников последних 2–3 классов средней школы. Для поступления в школу-интернат требовалось сдать конкурсные экзамены по профилирующим предметам. Первые ФМШИ были созданы в Москве, Ленинграде, Новосибирске и Киеве при Московском, Ленинградском, Новосибирском и Киевском государственных университетах соответственно. Позднее аналогичные школы-интернаты были открыты в Ереване, Тбилиси, Чебоксарах и других городах. Из стен ФМШИ вышли многие известные учёные, преподаватели и инженеры.

Школа рабочей (крестьянской) молодёжи (ШРМ (в городах), ШКМ (в сёлах)) (1925–1958) – общеобразовательное учебное заведение в СССР для обучения без отрыва от производства молодых рабочих и крестьян, не получивших в детстве достаточного начального школьного образования. ШРМ позволяли обучающемуся выйти на образовательный уровень средней школы 10–11 классов.

Школа фабрично-заводского обучения (школа ФЗО) (1940–1963) – низший (основной) тип профессионально-технической школы в СССР, созданный на основе школ ФЗУ. Срок обучения составлял 6 месяцев, в школу принималась сельская и городская молодёжь 16–18 лет с любой общеобразовательной подготовкой.

Школа фабрично-заводского ученичества (школа ФЗУ) (1918–1940) – низший (основной) тип профессионально-технической школы в СССР. Действовала при крупном предприятии для подготовки квалифицированных рабочих. Срок обучения составлял 3−4 года. В школу принималась молодёжь в возрасте 14−18 лет с начальным образованием. Наряду с профессиональным обучением в школе велась общеобразовательная подготовка.

3.2. Персоналии

Андронов Иван Козьмич (1894–1975) — советский педагог, математик-методист, кандидат педагогических наук, профессор, член-корреспондент АПН РСФСР (1957), заслуженный деятель науки СССР (1964).

Арнольд Игорь Владимирович (1900–1948) – советский математик и педагог, доктор педагогических наук (1941), профессор, член-корреспондент АПН РСФСР (1947). Обучался на математическом отделении Новороссийского университета (1919–1922), работал преподавателем математики на рабфаках вузов Одессы (1922–1924). После переезда в Москву окончил математическое отделение (1929) и аспирантуру МГУ (1932). Преподавал в вузах столицы (1929–1941, 1944–1948) и Магнитогорска (1941–1944), работал научным сотрудником сектора методики математики НИИ методов обучения АПН РСФСР (1944–1948). Разрабатывал проблемы методики преподавания математики в средней и высшей школе.

Барыбин Константин Сергеевич (1908–1994) – советский педагог-математик, кандидат педагогических наук (1956), разрабатывал проблемы методики преподавания алгебры и геометрии в средней школе.

Блонский Павел Петрович (1884–1941) – российский и советский философ, педагог и психолог. Является одним из основоположников советской педологии.

Брадис Владимир Модестович (1890–1975) – советский математик-педагог, ветеран Великой Отечественной войны. Выпускник отделения математики физико-математического факультета Санкт-Петербургского университета (1915). Преподавал в Калининском государственном педагогическом институте (1920–1959), доктор педагогических наук (1957), член-корреспондент АПН СССР (1955). Автор многих работ по математике и педагогике, в том числе знаменитых «Таблиц Брадиса», использовавшихся для практических вычислений.

Извольский Николай Александрович (1870–1938) – российский и советский педагог-математик, автор учебников математики, редактор и издатель журнала «Математический вестник».

Колесник Алексей Сергеевич (1922–1987) – советский педагог, ветеран Великой Отечественной войны. Народный учитель СССР (1985). На своих уроках математики требовал раскованности, оригинальности мышления, творчества, для этого устраивал философские минутки. На занятиях математического кружка, который дети всегда посещали с большим удовольствием, они не только решали задачи и доказывали сложнейшие теоремы, но и знакомились с новинками науки и техники, обсуждали новые произведения литературы, поэзии, музыки, спорили о цели и смысле жизни.

Колмогоров Андрей Николаевич (1903–1987) – советский математик. Профессор Московского государственного университета (1931–1987), доктор физико-математических наук, академик Академии наук СССР

(1939), академик Академии педагогических наук СССР (1966). Президент Московского математического общества (ММО) (1964–1966, 1974–1985). Герой Социалистического Труда (1963), лауреат Сталинской (1941) и Ленинской (1965) премий. Один из основоположников современной теории вероятностей, им получены фундаментальные результаты в топологии, геометрии, математической логике, классической механике, теории турбулентности, теории сложности алгоритмов, теории информации, теории функций, теории тригонометрических рядов, теории меры, теории приближения функций, теории множеств, теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем, функциональном анализе и в ряде других областей математики и её приложений. Автор новаторских работ по философии, истории, методологии и преподаванию математики.

Лаврентьев Михаил Алексеевич (1900–1980) – советский математик и механик, основатель Сибирского отделения АН СССР (СО АН СССР) и Новосибирского академгородка, академик АН УССР (1939), академик АН СССР (1946) и вице-президент (1957–1976) АН СССР. Кандидат в члены ЦК КПСС (1961–1976). Герой Социалистического Труда (1967), лауреат Сталинской (1946) и Ленинской премии (1958). Выдающийся организатор науки, педагог и воспитатель молодёжи.

Ляпин Евгений Сергеевич (1914–2005) – советский математик, доктор физико-математических наук

(1945), профессор Ленинградского педагогического института им. А.И. Герцена, заслуженный деятель науки РСФСР (1967).

Маркушевич Алексей Иванович (1908–1979) – советский математик и педагог, книговед; доктор физико-математических наук (1944), профессор (1946), действительный член (1950), вице-президент (1950–1958, 1964–1967) Академии педагогических наук РСФСР, действительный член (1967), вице-президент (1967–1975) Академии педагогических наук СССР; заместитель министра просвещения РСФСР (1958–1964). Автор работ по теории функций, педагогике и методике преподавания математики, истории науки и научно-популярных работ по математике.

Перельман Яков Исидорович (1882–1942) – российский и советский математик, физик, журналист и педагог. Член Русского общества любителей мироведения, популяризатор точных наук, основоположник жанра занимательной науки, автор понятия «научно-фантастическое».

Понтрягин Лев Семёнович (1908–1988) – советский математик, один из крупнейших математиков XX века, член-корреспондент (1939) и академик АН СССР (1958). Герой Социалистического Труда (1969), лауреат Сталинской премии 2-й степени (1941), Ленинской премии (1962) и Государственной премии СССР (1975). Он написал цикл книг по математике для школьников, не ставших, однако, популярными, и выступал против реформ преподавания, осуществлявшихся А.Н. Колмогоровым.

Репьёв Виктор Васильевич (1893–1979) – советский педагог-математик и методист, автор методик по алгебре, геометрии и тригонометрии.

Стеклов Владимир Андреевич (1863–1926) – российский и советский математик и механик. Действительный член Петербургской академии наук (1912), вице-президент АН СССР (1919–1926). Организатор и первый директор Физико-математического института.

Фридман Лев Моисеевич (1916–2005) – советский и российский психолог, педагог, математик, ветеран Великой Отечественной войны. Крупный специалист в области педагогической и математической психологии, доктор психологических наук (1972), профессор (1999). Выпускник физико-математического факультета Ленинградского педагогического института имени Покровского (1937). Преподавал в вузах Красноярска (1946–1956), Тулы (1956–1961), Душанбе (1961–1963) и Серпухова (1963-1967), работал научным сотрудником НИИ общей и педагогической психологии АПН СССР (1967–1999).

Шапошников Александр Николаевич (1872–1940) – российский и советский педагог-математик, автор школьных учебников по алгебре.

Шафаревич Игорь Ростиславович (1923–2017) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук (1946), профессор, член-корреспондент Академии наук СССР (1958), академик Российской академии наук (1991). Лауреат Ленинской премии (1959). Основные труды посвящены алгебре, теории чисел и алгебраической геометрии. Известен также как диссидент, публицист, общественный деятель.

3.3. Извлечения из публикаций

3.3.1. П.П. Блонский. Математическое воспитание (1915-1918)[29]

(Извлечение)

[…] Мы настаивали на том, чтобы в ребенке непременно развились привычки и умение кратко и точно выражать словами выводы наблюдения. Мне кажется, нет нужды доказывать, что краткость и точность – добродетели речи. Но в этом отношении наиболее идеальной является математическая речь. Вот почему мы должны воспитать в ребенке привычку и умение выражать, по возможности, все свои наблюдения в математической форме.

Математика – фетиш современной педагогики. Даже наиболее смелые из нас – все же учеников *архаической* школы – почтительно склоняются перед нею, и, боюсь, невероятно смелым парадоксом прозвучит мое утверждение, что современная школьная математика –

[29] *Блонский, П.П.* Задачи и методы новой народной школы / П.П. Блонский. – Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000044/st010.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

самый бесполезный и самый недоступный для ребенка из всех учебных предметов. Что математика в ее нынешней форме для детей самый недоступный предмет, об этом слишком красноречиво свидетельствует международный плач детей над «нерешенными задачами» и трепет их перед «учителем арифметики». Кто назовет предмет, более затрудняющий детей, нежели математика, эта союзница древних языков в старой классической гимназии? Но я не вижу и пользы от школьной математики. По пикантному признанию такого видного дидактика, как Вильманн, математика стоит особняком от других предметов и менее всего может образовать с ними органическое целое. Иными словами, в то время как всякая наука – наука, поскольку в ней есть математика, в школе математика резко (в младших классах) обособлена от наук, является искусством ради искусства.

Я до сих пор не пойму, каков предмет арифметики. Что это не научная теория чисел, видно из того, что ученики еще три раза преобразовывают ее, пока не получат из нее настоящей науки (в начале и конце средней школы и в университете), да и возможно ли для детей учение о числе? Если же это обучение практическому счету, то это обучение сомнительное, ибо даже полуграмотный лавочник-самоучка в этом счете побьет проучившегося несколько лет арифметике гимназиста, да и безграмотная кухарка зачастую менее обсчитывается в жизни, чем прошедшая многолетний курс математики ее хозяйка. Итак, современная школьная математика – предмет малодоступный для ребенка и малополезный.

Нелепость школьной математики происходит, по моему мнению, от того, что она изучается в школе как предмет, между тем как она должна изучаться исключительно как метод познания и технический язык. В описываемой нами школе с самых первых шагов, хотя бы при знакомстве с предметами и, особенно, при классификации однородных предметов, ребенок привыкает считать предметы. Это постоянно от него требуется, и так, вполне наглядно, ребенок беспрестанно упражняется в счете. Таким образом, все время в школе ребенок приучается все свои наблюдения выражать в математической форме математическим языком.

Здесь не место входить в детали методики арифметики. Вместо этого мы выскажем лишь несколько основных идей обучения арифметике. Первая уже высказана: это наглядность обучения. Ребенок в акте предметного познания видит числа, а в работе сам создает их; активно-наглядное монографическое изучение чисел до нужного предмета идет вполне естественно и легко. Вторая: последующие числа определяются неизменно как известное число десятков плюс известное число единиц; иными словами, изучение десятичной системы счисления должно производиться на основе представления о десятке. Большой шаг по направлению к осуществлению этой идеи мы видим в предложении Штеклина усваивать переход от одного десятка в другой, как разложение числа и дополнение до десятка (7 + 8 = 7 + [3 + 5]). Таким образом, все операции ребенка будут основаны на представлении десяти. Третья: наряду со счетом должно происходить постоянное упражнение детей, в связи с умножением и делением, в измерении.

Итак, счет познаваемых и делаемых предметов в связи с всевозможными упрощениями в технике этого счета, упрощениями, базирующимися на понятии десятка, и измерение предметов – вот занятие первых лет в нашей школе: *считай и измеряй все, что хочешь узнать и сделать*, – вот что дадут ему эти знания. *Привычка и умение формулировать числами отношения между наблюдаемыми явлениями* – вот что должно быть вынесено учеником из его занятий в течение последних лет пребывания в народной школе. Итак, еще раз повторим, арифметика в начальной школе – средство точного познания наблюдаемых вещей; ее функция однородна отчасти с функцией языка – стимулировать к точному познанию и давать возможность точно выражать полученные из опыта выводы (математические задачи должны рождаться из ручного труда или индуктивных исследований ребенка и быть записью этих исследований). Иными словами, речь идет не столько об обучении математике, сколько о математическом воспитании детского ума. Математика должна быть не отдельным учебным предметом, но средством воспитания познающего жизнь ума. […]

3.3.2. Н.А. Извольский. Методика геометрии (1924)[30]

(Извлечение)

[…] В настоящем сочинении мне приходится выступить с критикою многих воззрений, которые имеют место на вопросы методики геометрии у современников. Критика сводится, в сущности, к двум основным пунктам: 1) приходится протестовать против широко распространенного обыкновения разучивать «доказательства» взамен разучивания самой геометрии; 2) приходится остановить внимание читателей, что то новое течение в области методики геометрии, которое требует введения так называемого пропедевтического курса геометрии, где бы маленькие учащиеся знакомились опытным путем с рядом геометрических свойств, стоит на ложном пути: опыт не является тем средством, которым совершается и совершалось накопление геометрических знаний, и в этом пропедевтическом курсе, образцы которого мы имеем в ряде вышедших за последние годы учебников […], обучение геометрии велось бы, в сущности, методом, уже давно осужденным. В самом деле, если на протяжении всего курса учащимся предлагают проделать целый ряд опытов (вроде: возьми циркулем такой-то отрезок и сравни его с таким-то, – убедись из этого, что первый отрезок в 2 раза меньше второго; или: вырежь из бумаги

[30] *Извольский, Н.А.* Методика геометрии / Н.А. Извольский. – Текст: электронный // Sheba.spb.ru: [сайт]. – URL: https://sheba.spb.ru/ vuz/matematika-geometria1924.htm (дата обращения: 10.11.2021).

такие-то треугольники, наложи их один на другой и убедись, что они равны и т.п.), из которых учащиеся должны убедиться в справедливости того или иного геометрического предложения, то ведь в конце концов дело здесь сводится к тому, что учащимся просто предлагают запомнить целый ряд положений, а опыты, здесь рекомендуемые, являются лишь мнемоническим средством.

[…] Вся суть нашего традиционного курса геометрии сводится к разучиванию доказательств ряда теорем: сперва объявляется теорема, затем она доказывается, после чего следует классическое «что и требовалось доказать». Методические работы по геометрии […] сводятся в огромном большинстве случаев к изысканию более удобных для классного изложения, более простых для запоминания доказательств и к рассуждениям о ценности различных доказательств. Мало того, укрепившийся за последнее время принцип наглядности повел по отношению курса средней школы к изготовлению ряда пособий, иллюстрирующих также... доказательства теорем. Нет ничего удивительного, что под влиянием такой постановки – дела преподавания геометрии у учащихся в средней школе слагается взгляд на геометрию, как на собрание ряда теорем, неизвестно почему или зачем появившихся, причем к этому присоединяется еще (неприятная – для многих) обязанность доказывать эти теоремы.

[…] За исходный пункт числовой ветви математики (арифметика, алгебра, анализ) следует признать тот факт, что человек умеет выделять из всего окружающего группы предметов. Под влиянием этого факта были созданы числа, сначала целые, а затем, по мере развития работы, дробные, относительные и т.д., и эти числа являются тем материалом, над которым работает числовая ветвь математики.

За исходный пункт геометрии следует признать тот факт, что мы всюду вокруг себя видим различные границы: вот облако на синем небе – мы видим границу между небом и облаком; вот линия горизонта – она нам представляется границею между небом и землею; вот стена – и мы видим границу между нею и внутренностью комнаты и т.д. и т.д.

Ориентируясь в этом факте, мы приходим к заключению, что можно все наблюдаемые нами границы разделить на 3 категории, разницу между которыми трудно выразить словами, но легко подметить эту разницу, если станем показывать различные границы: в одних случаях придется делать движение всею ладонью руки, как бы мазать, в других – делать движения лишь пальцем – обводить и в третьих случаях придется лишь указывать. После внимательного рассмотрения разных наблюдаемых границ мы приходим к убеждению, что иного сорта границ не существует (точнее: мы не наблюдаем). Далее, рядом опытов, рядом попыток мы приходим к убеждению, что отделить эти границы от предметов нельзя, что эти границы, хотя мы их не видим, самостоятельного материального существования не имеют.

Однако это обстоятельство не может помешать нашему воображению представлять их так, как будто они отдельно существуют, и не может помешать нашему мышлению мыслить об них, как о существующих отдельно. Раз этот акт выполнен нашим сознанием, то этим самым наше сознание создало нематериальные границы трех видов, и мы называем их поверхностями, линиями и точками. Эти нематериальные, геометрические, поверхности, линии и точки и являются тем материалом, над которым работает геометрия.

Возникает потребность разобраться в этом материале: нельзя ли выделить из него какие-либо элементы, которые по некоторым признакам могли бы быть признаны за простейший материал. Придется при этом, конечно, руководиться лишь представлениями, которые возникают на почве наблюдения и опыта, так как иного критерия в нашем распоряжении еще не имеется.

И прежде всего эти представления заставляют нас признать, что все точки сходны между собою – среди них выбирать простейших не приходится. Среди линий – указывают нам те же представления – имеется большое разнообразие, и мы можем поставить задачу об изыскании линий, которые по каким-либо признакам можно было бы признать за простейшие. Наилучшим средством для решения этого вопроса является опыт вращения проволоки, закрепленной в двух местах (точках). Этот опыт говорит нам, что если мы вообразим через две точки какие-либо линии, то таких же линий мы можем через эти 2 точки вообразить бесконечно много. Однако этот опыт говорит нам и о том, что может выйти случай, что линия при ее вращении вокруг двух точек не меняет своего положения. Это значит, что мы можем вообразить, можем мыслить особую линию, положение которой определяется двумя точками. Этот признак достаточен, чтобы признать ее за самую простую линию, чтобы назвать ее особым именем – прямая линия, и чтобы наделить ее особым свойством, отличающим ее от других: через 2 точки можно вообразить лишь одну прямую линию.

[…] Комбинационная работа, благодаря которой развивается содержание геометрии, должна начаться с рассмотрения наиболее простых комбинаций.

Следует отбросить взгляд на геометрию как на цепь необходимых логических заключений. Логика прежде всего не есть цель геометрии; логика является лишь орудием, и не единственным, для приобретения геометрических знаний. Роль логики двоякая: 1) она принимает участие в постановке тех вопросов и в установлении тех целей, которые ведут и к построению новых комбинаций и к изучению их; 2) она принимает участие и в изыскании ответов на поставленные вопросы и в той работе, благодаря которой удается подметить особенности разучиваемых комбинаций.

Пусть этот взгляд на развитие содержания геометрии не отражает в большой мере исторический ход этого развития, но зато этот взгляд является ответом на естественный вопрос: как могло бы быть объяснено развитие содержания геометрии? Для преподавания геометрии иметь такой взгляд на предмет преподавания является чрезвычайно ценным, и он положен в основу дальнейшего построения настоящего курса методики геометрии.

4. Средства приобретения геометрических знаний. Из предыдущего мы видим, что основная геометрическая работа есть работа построения и изучения ряда постепенно усложняющихся комбинаций, которые возникают в согласии с известною руководящею мыслью. Раз наше сознание признало существование линий, точек и поверхностей, то «построить известную комбинацию» можно понимать и в том смысле, что наш разум может одновременно мыслить об элементах, составляющих эту комбинацию, или в том, что наше воображение может одновременно представлять элементы, составляющие эту комбинацию. Но этого для выполнения основной работы изучения комбинаций нам недостаточно. Необходимо для нас, по нашей природе, придать этому более материальную форму. И вот вводятся постулаты: мы умеем строить точки, строить прямые линии, строить плоскости, т.е. мы признаем будто бы возможным осуществлять в материальной форме те элементы геометрии, которые были признаны нами самыми простыми.

Впоследствии к этому мы прибавляем еще необходимый постулат: мы умеем строить круг. Пусть все эти постулаты – фикция. На самом деле мы не можем получить ни точек, ни прямых, ни плоскостей, ни круга, ибо они не материальны, но эта фикция необходима, без нее мы затрудняемся выполнять работу, какая предстоит при изучении комбинаций, – и эта фикция получает характер законного средства в геометрии.

К словам «мы умеем строить» можно также отнестись различно. Греческая геометрия уже с давних пор (конечно, задолго до Евклида) для осуществления этих постулатов ввела два инструмента, циркуль и линейку, и мы теперь обычно, говоря о построениях, имеем в виду построение при помощи линейки и циркуля. Но для педагогических целей мы можем в известных случаях отнестись к этим словам и иначе, мы можем на помощь призвать и некоторые процессы (например, процесс перегибания; при построении середины отрезка возможно иногда взять этот отрезок на бумажную линейку и перегибанием ее разделить отрезок пополам, а, следовательно, получить его середину) и построение моделей из палочек, дощечек и т.п.

Теперь остановимся на словах «изучить известную комбинацию». Построение определенной комбинации должно явиться следствием какой-либо руководящей мысли, имеющей или форму вопроса или форму достижения известной цели. Тогда может случиться, что уже самый факт построения такой комбинации явится ответом на поставленный вопрос или будет свидетельствовать о возможности или невозможности достижения намеченной цели. Но часто может иметь место случай, что при получении желаемой комбинации становится ясным, что эта комбинация обладает известным свойством; на это свойство (или на эти свойства) нам могут указать или известная симметрия получаемой комбинации или самый процесс, при помощи которого данная комбинация получена. Напомним для примера, что при решении вопроса о дополнении данного угла до выпрямленного удается подметить возможность двоякого решения задачи, откуда становится ясным свойство вертикальных углов.

Конечно, и здесь играет некоторую роль логика: если один угол дополняет данный до выпрямленного и другой дополняет до выпрямленного, то мы делаем заключение о равенстве этих двух углов. В дальнейшем роль логики усиливается: если новая комбинация – фигура – не обладает какою-либо симметриею, если для получения ее мы не пользовались каким-либо процессом (перегибания, вращения, перемещения и т.п.), а пользовались построением циркулем и линейкою, то это построение позволяет сопоставить вновь полученную комбинацию – фигуру – с изученными ранее. Наблюдательность, отмечающая отдельные моменты построения, укажет, с какими именно уже разученными фигурами следует сопоставить новую, а логика позволит это сопоставление провести так, чтобы не прийти к ложным результатам. Схема этого сопоставления такова: так как мы видим здесь такую-то знакомую фигуру, так как о ней мы знаем такое-то свойство, то для нашей новой фигуры должно иметь место следующее.

Мы вправе, дабы помочь своему воображению, как-либо иллюстрировать нужные процессы (подобно тому, как мы это постоянно делаем при построении циркулем и линейкою) при помощи предметов. Например, мы можем для иллюстрирования процесса перегибания плоскости взять кусок бумаги и перегибать его в соответствии с условиями, определяющими нужную нам комбинацию. И вот случается, что при такой образной иллюстрации требуемого процесса нам сразу становится ясным какое-либо свойство для изучаемой комбинации, становится ясным непреложность и всеобщая необходимость этого свойства при соответствующих условиях. Здесь имеет место та наша способность, которая носит название «интуиция».

Вопрос, что такое интуиция, не так просто решается, и иногда этим именем называют нечто иное, а именно – простое физическое зрение, а также неуясненный до отчетливости жизненный опыт. Так, при начальном обучении геометрии часто вводят в дело прямой угол, не уяснив его происхождение, и учащихся «на глаз» заставляют определять, получился ли или нет прямой угол. И если учащийся, рассматривая нарисованный квадрат, установит, что у него все углы прямые, то здесь интуиции нет. Здесь имеет место только физическое зрение учащихся и жизненный опыт, хотя бы и маленький, уже приучивший несколько учащихся к тому виду углов, которые в большом числе встречаются в окружающей обстановке – ведь плотники, столяры и т.д. стремятся в своих работах использовать прямые углы. Интуиция здесь могла бы иметь место лишь тогда, когда был бы, с одной стороны, выяснен процесс, приведший к образованию понятия о прямом угле, а с другой стороны, для получения квадрата был бы придуман процесс (или построение), который так осветил бы вопрос об углах квадрата, что сделалась бы сразу ясной неизбежность того, что всегда (а не только у того квадрата, который мы видим нарисованным, либо, как грань деревянного куба) углы квадрата должны быть прямыми. Наилучшее поясненные понятия «интуиция» дает арифметика: из образного представления умножения чисел 4 и 3 [...] нам ясно не только то, что 4 x 3 = 3 x 4, но и что подобную же группу предметов мы можем составить для любых двух чисел, и ясна непреложность переместительного закона умножения (аЪ = Ъа). [...]

Бывают, однако, случаи, когда физическое зрение как бы заменяет интуицию. Так, объем треугольной призмы должно рассматривать как сумму объемов трех треугольных пирамид, полученных при помощи определенных сечений; площадь параллелограмма равна площади прямоугольника, получаемого от перенесения части этой площади с одной стороны на другую и т.п. [...]

3.3.3. Постановление ЦИК и СНК СССР о всеобщем обязательном начальном обучении (1930)[31]

(Извлечение)

[…] 1. Ввести с 1930–1931 гг. повсеместно в Союзе ССР всеобщее обязательное обучение детей (мальчиков и девочек) в возрасте 8, 9 и 10 лет в объеме не менее четырехлетнего курса начальной школы. В соответствии с этим принять осенью 1930 г. в трудовую школу всех детей этих возрастов, которые до настоящего времени не обучаются в школе.

[…] 12. Чтобы обеспечить школы всеобщего начального обучения необходимыми педагогическими кадрами в соответствии с планами проведения всеобщего обучения, поручить правительствам союзных республик провести следующие мероприятия:

а) срочно развернуть сеть педагогических институтов и техникумов, а также специальных педагогических курсов, увеличить количество учащихся в них, а также вводить применение других форм подготовки учителей;

б) принять меры к привлечению на педагогическую работу учителей, работающих не по специальности;

в) привлечь к работе по всеобщему обучению в порядке производственной практики учащихся педагогических учебных заведений;

---

[31] *Перельман, Я.И.* Живая математика / Я.И. Перельман. – Текст: электронный // ЛитМир: [сайт]. – URL: https://www.litmir.me/br/?b=603740&p=2 (дата обращения: 10.11.2021).

г) усилить коммунистическое и рабочее ядро среди учителей.

[…] 14. Поручить правительствам союзных республик пересмотреть учебные планы и программы педагогических институтов, техникумов и курсов и провести в жизнь мероприятия, обеспечивающие марксистско-ленинскую и политехническую подготовку учителей. […]

3.3.4. Я.И. Перельман. Живая математика (1934)[32]

(Извлечение)

[…] 2. В коммунальной кухне

– Головоломка моя зародилась в обстановке коммунальной квартиры. Задача, так сказать, бытовая. Жилица – назову её для удобства Тройкиной – положила в общую плиту 3 полена своих дров, жилица Пятёркина – 5 поленьев, жилец Бестопливный, у которого, как вы догадываетесь, не было своих дров, получил от обеих гражданок разрешение сварить обед на общем огне. В возмещение расходов он уплатил соседкам 8 рублей. Как должны они поделить между собой эту плату?

– Пополам, – поспешил заявить кто-то. – Бестопливный пользовался их огнём в равной мере.

– Ну нет, – возразил другой, – надо принять в соображение, как участвовали в этом огне дровяные вложения гражданок. Кто дал 3 полена, должен получить 3 рубля;

[32] Постановление ЦИК и СНК СССР о всеобщем обязательном начальном обучении. – Текст: электронный // Музей истории российских реформ имени П.А. Столыпина: [сайт]. – URL: http://музейреформ.рф/node/13996 (дата обращения: 10.11.2021).

кто дал 5 поленьев, получает 5 рублей. Вот это будет справедливый делёж.

– Товарищи, – взял слово тот, кто затеял игру и считался теперь председателем собрания. – Окончательные решения головоломок давайте пока не объявлять. Пусть каждый ещё подумает над ними. Правильные ответы судья огласит нам за ужином. Теперь следующий. Очередь за вами, товарищ пионер!

3. Работа школьных кружков

– В нашей школе, – начал пионер, – имеется 5 кружков: политкружок, военный, фотографический, шахматный и хоровой. Политкружок занимается через день, военный – через 2 дня на 3-й, фотографический – каждый 4-й день, шахматный – каждый 5-й день и хоровой – каждый 6-й день. 1 января собрались в школе все 5 кружков, а затем занятия велись в назначенные по плану дни, без отступлений от расписания. Вопрос состоит в том, сколько в первом квартале было ещё вечеров, когда собирались в школе все 5 кружков.

– А год был простой или високосный? – осведомились у пионера.

– Простой.

– Значит, первый квартал – январь, февраль, март – надо считать за 90 дней?

– Очевидно.

– Позвольте к вопросу вашей головоломки присоединить ещё один, – сказал профессор. – А именно: сколько в том же квартале года было таких вечеров, когда кружковых занятий в школе вовсе не происходило?

– Ага, понимаю! – раздался возглас. – Задача с подвохом. Ни одного дня не будет больше с 5 кружками и ни одного дня без всяких кружков. Это уж ясно!

– Почему? – спросил председатель.

– Объяснить не могу, но чувствую, что отгадчика хотят поймать впросак.

– Ну, это не довод. Вечером выяснится, правильно ли ваше предчувствие. За вами очередь, товарищ!

4. Кто больше?

– Двое считали в течение часа всех, кто проходил мимо них на тротуаре. Один стоял у ворот дома, другой прохаживался взад и вперёд по тротуару. Кто насчитал больше прохожих?

– Идя, больше насчитаешь, ясное дело, – донеслось с другого конца стола.

– Ответ узнаем за ужином, – объявил председатель. – Следующий! […]

3.3.5. И.В. Арнольд. Принципы отбора и составления арифметических задач (1946)[33]

(Извлечение)

[…] Авторы задач должны были бы, в идеале, быть в состоянии ответить на вопросы, скажем, такого типа:

– Какую цель преследует данная задача? Какие именно элементы арифметического обучения, воспитания

---

[33] *Арнольд, И.В.* Принципы отбора и составления арифметических задач / И.В. Арнольд. – Москва: МЦНМО, 2008. – С. 11–13, 18, 23, 33–34.

и тренировки мысли имеются в виду? Необходимо ли помещение именно этой задачи в сборник для этих целей? Почему именно такие, а не другие конкретные величины, именно такая, а не другая «фабула» задачи выбраны? Почему такие, а не другие числовые данные? Отвечают ли они реальной обстановке, в которой могло бы понадобиться решать такую задачу? Интересна ли фабула задачи для учащихся, увлекательна ли, естественна ли постановка вопроса, вызывает ли она у учащихся интерес к ответу или к способу решения, чем именно? Нельзя ли этот интерес повысить? Когда именно учащийся сможет самостоятельно решить данную задачу, что он для этого должен помнить, знать, уметь, представлять себе? А если он не сможет этого сделать, о чём это свидетельствует? Чем и в какой мере ему должен помочь учитель и чего он должен добиваться от учащегося? Как эта задача связана с предшествующей и последующей работой учащегося, почему она помещена именно в этом месте сборника, а не в другом? и т.п. […]

Отсутствие заботы о фабуле приводит, в итоге, к нагромождению задач с искусственными, подчас прямо смехотворными, условиями, лишь по чисто внешним признакам, имеющим реальную оболочку. Хуже всего то, что обилие задач, заставляющих учащегося на протяжении нескольких лет обучения пережёвывать один и тот же традиционный материал, неминуемо навевает скуку, переходящую в отвращение к арифметике, в особенности, если обучение и по существу сводится к навязыванию учащимся рецептов и неукоснительных бюрократических правил арифметической бухгалтерии – записи хода решения и т.д. […]

Нас окружают разнообразнейшие и интереснейшие явления действительности. Любопытнейшие взаимоотношения вещей и явлений находят своё яркое отражение в числах. Неужели же нельзя из этого богатейшего материала извлечь числовые данные, доступные детям и интересные им, построить преподавание так, чтобы постепенно открывать перед ними всё новые и новые страницы «мира в числах», разумно используя числовые данные в предлагаемых им задачах?

[…] обучение арифметике включает в качестве одного из основных элементов воспитание умения ориентироваться в различных по своей конкретной природе взаимоотношениях между величинами. Самый метод «арифметического решения задачи» отличается от алгебраических приёмов в первую очередь тем, что на всех стадиях рассуждения все сопоставления и производимые действия допускают совершенно наглядное и конкретное, осмысленное в области тех величин, о которых идёт речь, истолкование. Этим в известной мере определяется и отличие задач, для которых естественно потребовать арифметического решения, от таких по существу алгебраических задач, для которых это требование носит искусственный характер. Арифметическое решение задач последнего типа может быть рассматриваемо лишь как более высокая ступень тренировки, выходящая за рамки общеобязательного минимума. Во многих задачах зависимости между искомыми и данными таковы, что обычный безыскусственный ход рассуждения, естественно, приводит к соответствующим алгебраическим уравнениям. Между тем арифметический путь решения потребовал бы производства трудно удерживаемых в памяти, алгебраических по своей природе, операций над неизвестными величинами.

[…] 1. Основными целями преподавания арифметики в средней школе являются:

а) создание у учащихся отчётливых представлений и одновременно закрепление твёрдых технических навыков, относящихся к области рациональных операций над рациональными числами;

б) ознакомление учащихся с соответствующими элементарными функциональными зависимостями между величинами и основанными на указанных в п. а) представлениях и навыках методами решения относящихся сюда вопросов. Последнее должно быть осуществлено в качественном и количественном отношении так, чтобы дать достаточную подготовку для будущей специализации в процессе практической деятельности или дальнейшего обучения.

Присоединяя сюда ещё и характеристику изучаемых в арифметике функциональных зависимостей между величинами как таких, которые охватываются общим понятием линейной зависимости и простейшими свойствами обратной пропорциональной зависимости между величинами, и учитывая то, что было сказано о характерных особенностях арифметического метода решения задач, мы сможем сказать, что:

2. Основными целями решения «текстовых» арифметических задач в процессе обучения арифметике являются (наряду с общими задачами в п. 1, а и б):

а) создание и закрепление отчётливых представлений, относящихся к конкретным случаям охарактеризованных только что зависимостей между величинами (из числа наиболее доступных пониманию учащихся и практически важных);

б) воспитание умения ориентироваться в разнообразных возможных соотношениях между данными и искомыми величинами на основе естественного хода логического рассуждения, опирающегося на диктуемые здравым смыслом соображения о взаимной обусловленности соответствующих числовых данных;

в) создание и закрепление навыков сопоставления и оперирования с величинами, упомянутыми в п. а), основанных на воображаемых, но в принципе возможных в данной конкретной ситуации действиях над ними. [...]

3.3.6. АмН. Колмогоров. Как я стал математиком (1963)[34]

(Извлечение)

Радость математического «открытия» я познал рано, подметив в возрасте пяти–шести лет закономерность:

$1 = 1^2$

$1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$ и так далее.

В нашем доме под Ярославлем мои тетушки устроили маленькую школу, в которой занимались с десятком детей разного возраста по новейшим рецептам педагогики того времени. В школе издавался журнал «Весенние ласточки». В нем мое открытие было опубликовано. Там же я публиковал придуманные мною арифметические задачи.

Семи лет меня определили в частную гимназию Е.А. Репман в Москве. Учиться в этой гимназии, организованной кружком радикально настроенной интеллигенции, было интересно. Гимназия с совместным обучением мальчиков и девочек (по программе мужских гимназий) все время находилась под угрозой закрытия. Отличные успехи на экзаменах «с представителем от округа» воспринимались всеми нами как дело долга и чести. Организация занятий была своеобразна. Одно время я мог заниматься математикой на класс старше, чем другими предметами.

---

[34] *Колмогоров, А.Н.* Как я стал математиком / А.Н. Колмогоров // Огонёк. – 1963. – № 48. – С. 12–13.

Впрочем, на время интерес к другим наукам взял верх. Первое большое впечатление силы и значительности научного исследования на меня произвела книга К.А. Тимирязева «Жизнь растений». Потом вместе с одним из своих друзей (Н.А. Селиверстовым) я увлекся историей и социологией. Увлечение это было настолько серьезно, что первым научным докладом, который я сделал в семнадцатилетнем возрасте в Московском университете, был доклад в семинаре профессора С.В. Бахрушина о новгородском землевладении. В докладе этом, впрочем, использовались (при анализе писцовых книг XV–XVI веков) некоторые приемы математической теории.

В 1918–1920 годах жизнь в Москве была нелегкой. В школах серьезно занимались только самые настойчивые. В это время мне вместе со старшими пришлось уехать на достройку железной дороги Казань – Екатеринбург (теперь Свердловск). Одновременно с работой я продолжал заниматься самостоятельно, готовясь сдать экстерном за среднюю школу. По возвращении в Москву я испытал некоторое разочарование: удостоверение об окончании школы мне выдали, даже не потрудившись проэкзаменовать.

Техника тогда воспринималась как что-то более серьезное и необходимое, чем чистая наука. Одновременно с математическим отделением университета (куда принимали всех желающих без экзамена) я поступил на металлургический факультет Менделеевского института (где требовался вступительный экзамен по математике). Но скоро интерес к математике перевесил сомнения в актуальности профессии математика. К тому же, сдав в первые же месяцы экзамены за первый курс, я, как студент второго курса, получил право на 16 килограммов хлеба и 1 килограмм масла в месяц, что, по представлениям того времени, обозначало уже полное материальное благополучие. Одежда у меня была, а туфли на деревянной подошве я изготовил себе сам.

Впрочем, в 1922–1925 годах потребность в дополнительном к весьма маловесомой в то время стипендии заработке привела меня в среднюю школу. Работу в Потылихинской опытно-показательной школе Наркомпроса РСФСР я вспоминаю теперь с большим удовольствием. Я преподавал математику и физику (тогда не боялись поручать преподавание двух предметов сразу девятнадцатилетним учителям) и принимал самое активное участие в жизни школы (был секретарем школьного совета и воспитателем в интернате).

В университет я приходил только на специальные курсы и семинары. На втором курсе выполнил первые самостоятельные научные работы. Теорией тригонометрических рядов у профессора В.В. Степанова я начал заниматься вместе со своим близким другом – необычайно ярким и талантливым математиком Г.А. Селиверстовым (оба брата Селиверстовы погибли во время Великой Отечественной войны). Моими первыми руководителями в университете были, кроме В.В. Степанова, В.К. Власов, П.С. Александров, П.С. Урысон. Несколько позднее я стал учеником Н.Н. Лузина.

Как это бывает обычно, мои первые работы были посвящены решению отдельных, уже поставленных, трудных задач. Более широкую деятельность по созданию нового направления исследования я начал с А.Я. Хинчиным в моей основной математической специальности – теории вероятностей.

В более поздние годы большое значение во всей моей дальнейшей работе имело сотрудничество со способными учениками, перенимавшими потом руководящую роль в том или ином направлении исследований. […]

Вся моя деятельность с 1920 года неразрывно связана с Московским университетом.

Занимаясь с некоторым успехом, а иногда и с пользой, довольно широким кругом практических приложений математики, я остаюсь в основном чистым математиком. Восхищаясь математиками, которые превратились в крупных представителей нашей техники, вполне оценивая значение для будущего человечества вычислительных машин и кибернетики, я все же думаю, что чистая математика в ее традиционном аспекте еще не потеряла своего почетного места среди других наук. Гибельным для нее могло оказаться только чрезмерно резкое расслоение математиков на два течения: одни культивируют абстрактные новейшие разделы математики, не ориентируясь отчетливо в их связях с породившим их реальным миром, другие заняты «приложениями», не восходя до исчерпывающего анализа их теоретических основ. Поэтому мне хочется подчеркнуть законность и достоинство позиции математика, понимающего место и роль своей науки в развитии естественных наук, техники да и всей человеческой культуры, но спокойно продолжающего развивать «чистую математику» в соответствии с внутренней логикой ее развития.

Молодой человек, чувствующий себя предназначенным идти по этому пути, может не бояться оказаться в нашей стране менее нужным, делающим какую-то излишнюю, менее актуальную работу, чем агроном, инженер, физик или кибернетик.

3.3.7. Постановление Совета министров СССР № 903 «Об организации специализированных школ-интернатов физико-математического и химико-биологического профиля» (1963)[35]

(Извлечение)

В связи с возрастающими требованиями народного хозяйства, науки и высшей школы в специалистах в области естественных наук и необходимости повышения

[35] Постановление Совета министров СССР № 903 «Об организации специализированных школ-интернатов физико-математического и химико-биологического профиля» (1963). – Текст: электронный // Консорциум Кодекс: [сайт]. – URL: https://docs.cntd.ru/document/765712538 (дата обращения: 10.11.2021).

качества подготовки молодежи, проявившей способности к овладению математикой и физикой, химией и биологией, Совет министров СССР постановляет:

1. Признать целесообразным организовать в порядке опыта при некоторых государственных университетах специализированные школы-интернаты физико-математического и химико-биологического профиля с трехлетним сроком обучения. Установить, что специализированные школы-интернаты находятся в ведении министерств просвещения союзных республик и что в каждой из этих школ может быть один или два профиля подготовки. Совету министров РСФСР и Совету министров Украинской ССР обеспечить организацию в 1963 году специализированных школ-интернатов при государственных университетах согласно положению с контингентами учащихся по 360 человек, и определить их специализацию по согласованию с Министерством высшего и среднего специального образования СССР. Разместить школы-интернаты в имеющихся зданиях.

2. Установить, что специализированные школы-интернаты наряду с общим средним образованием должны обеспечивать повышенную подготовку учащихся по профилирующим дисциплинам и профессиональную подготовку, соответствующую специализации школы-интерната. Отбор кандидатов в эти школы-интернаты производится соответствующими университетами совместно с органами народного образования из числа учащихся,

наиболее успешно окончивших Неполную среднюю городскую или сельскую общеобразовательную школу и проявившими способности и овладение естественными науками, на основе конкурса экзаменов по профилирующим дисциплинам и собеседований ученых с поступающими, с учетом рекомендаций педагогических советов школ.

3. Поручить Московскому, Ленинградскому, Новосибирскому и Киевскому государственным университетам в месячный срок разработать, а Министерству высшего и среднего специального образования СССР утвердить по согласованию с Советом министров РСФСР и Советом министров Украинской ССР учебные планы и программы, Положение о специализированных школах и Правила приема в специализированные школы-интернаты.

4. Установить, что нуждающиеся учащиеся специализированных школ-интернатов обеспечиваются общежитиями, одеждой, обувью, а также бесплатным питанием по нормам в размерах 85 процентов от норм, предусмотренных для учащихся санаторно-лесных школ.

5. Установить учителям специализированных школ-интернатов ставки заработной платы на 10 процентов выше ставок учителей IX–XI классов средних общеобразовательных школ. Для преподавания профилирующих дисциплин, специальных курсов, проведения семинаров и лабораторных работ в специализированных школах-интернатах привлекать профессоров и преподавателей соответствующих государственных университетов и научных

сотрудников научно-исследовательских учреждений, засчитывая их преподавательскую работу в этих школах-интернатах в нагрузку по основной работе.

6. Установить должностные оклады директорам специализированных школ-интернатов в размере 200 рублей в месяц, заведующим учебно-воспитательной частью и учебной частью по производственному обучению 140 рублей в месяц. Штаты и ставки заработной платы административного, учебно-воспитательного и обслуживающего персонала специализированных школ-интернатов устанавливать в соответствии с действующими в союзных республиках типовыми штатами и ставками школ-интернатов.

7. Поручить Совету министров РСФСР и Совету министров Украинской ССР по согласованию с Министерством финансов СССР в месячный срок разработать и утвердить нормативы ассигнований на содержание учащихся, учебные расходы и оборудование специализированных школ-интернатов.

8. Поручить Министерству высшего и среднего специального образования СССР совместно с соответствующими министерствами просвещения союзных республик обобщить опыт работы специализированных школ-интернатов и внести предложения по дальнейшему их развитию. […]

3.3.8. М.А. Лаврентьев. Триединство: наука - кадры – производство (1974)[36]

(Извлечение)

[…] я преподаю практически с пятнадцати лет – еще в Казанском коммерческом училище я репетировал отстающих учеников. В двадцать лет, будучи студентом, преподавал в техникуме. В двадцать два стал преподавателем Московского высшего технического училища. Систематически преподавал десятилетиями, а сейчас стараюсь бороться с бюрократами от науки, тормозящими продвижение научной молодежи.

[…] любое крупное дело всегда прежде всего упирается в кадры. Кадры были острейшей проблемой, когда мы начали создавать первую в стране электронно-вычислительную машину. И первую лабораторию по проблемам кумуляции. И Институт точной механики и вычислительной техники в Москве. Да и Сибирского отделения не было бы, если бы не начали с кадров.

[…] Наука в двадцатом веке не только сделала крупные открытия, но и показала, как очень тонкие эксперименты в познании природы могут быть использованы технологически. Чисто познавательная и даже абстрактная теория давала неожиданные практические

---

[36] *Лаврентьев, М.А.* Триединство: наука – кадры – производство: ответы на вопросы З. Ибрагимовой, корреспондента журнала «Экономика и организация промышленного производства» / М.А. Лаврентьев // Российская академия наук. Сибирское отделение: Стратегия лидеров. – Новосибирск: Наука, 2007. – С.118–121.

приложения, определяя интенсивное развитие техники. И вот когда наука и техника создали предпосылки для реализации, к примеру, мечты Циолковского, то в разных странах, прежде всего в СССР и США, началось форсированное осуществление больших научно-технических программ.

Старые методы развития науки в рамках университетов и вузов оказались несостоятельными перед лицом новых задач. Стали создаваться многотысячные города, куда привлекались ученые всех тех специальностей, без которых решение проблем, связанных с практической реализацией научных открытий, было невозможно. Кооперация разных отраслей науки и большой промышленности позволила решить крупные научные проблемы, создать принципиально новую технику, открыть новые возможности проникновения в структуру мироздания.

Опыт специализированных городов в значительной мере стимулировал создание Академгородка в Сибири. Но идея заключалась в том, чтобы, используя все положительное в городах-предшественниках, организовать центр с широким диапазоном научных исследований. Во-первых, в узкоспециализированных городах возникали неразрешимые трудности по мере того, как решались главные научно-технические проблемы, ради которых города создавались. Во-вторых, серьезных результатов современная наука может добиться только объединенными усилиями всех направлений. На стыке наук рождаются сегодня и новые идеи, и новые инструменты познания.

Интересы будущего требовали соединить в организации одного центра три начала: развитие важнейших проблем современной науки, активные связи науки и производства и – непременно – подготовку кадров на уровне передовой науки и техники.

Хотя и не все шло гладко, как проектировалось, сегодня можно прямо сказать, что внедрение новых организационных идей принесло такие реальные достижения, которые убеждают нас в правильности выбранного пути. […]

Главной удачей Сибирского отделения я считаю решение проблемы кадров. Мы смогли не только разработать, но и осуществить систему активного отбора способной молодежи на всей территории Сибири и Дальнего Востока. Олимпиады и специализированная физико-математическая школа позволили нам находить и готовить для университета одаренную молодежь независимо от формального уровня подготовки. Фактическое, а не формальное объединение академических институтов с университетом дало возможность за очень короткий срок вывести НГУ на уровень лучших университетов страны – Московского и Ленинградского. Выпускники НГУ могут сразу приступать к исследовательской работе на высшем современном уровне и активно участвовать во внедрении научных разработок в практику.

Удалось создать институты, которые получили результаты мирового масштаба как в области теории, так и в области ее приложений. Интересно, что средний возраст ученых СО АН существенно ниже, чем по Академии наук СССР в целом и в республиканских академиях, а это открывает перспективу дальнейших успехов. […]

3.3.9. А.Д. Семушин, О.С. Кретинин, Е.Е. Семенов. Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении математики (1978)[37]

(Извлечение)

[…] В школе не представляется возможным изучать процессы генерализации и специализации, но школа может готовить учащихся к пониманию этих процессов, обучая учащихся обобщению и конкретизации, через овладение которыми учащимся будет раскрываться суть процессов генерализации и специализации.

[…] В новых условиях обучение обобщению и конкретизации необходимо проводить целенаправленно, добиваться осознанного усвоения понятий «обобщение» и «конкретизация», овладения приемами обобщения и конкретизации при изучении доказательств, решении

---

[37] *Семушин, А.Д.* Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении математики. Обучение обобщению и конкретизации: пособие для учителей / А.Д. Семушин. – Текст: электронный // Библиотека по педагогике: [сайт]. – URL: http://pedagogic.ru/books/item/f00/s00/z0000010/st001.shtml (дата обращения: 10.11.2021).

задач и формирования понятий. Прочно вошедший в школу теоретико-множественный подход изучения программного материала создает благоприятные предпосылки и для обучения обобщению и конкретизации. Теоретико-множественная трактовка понятий «обобщение» и «конкретизация» позволяет делать это системно, внести элемент осознанности как в действия преподавателя, так и в процесс усвоения понятий «обобщение» и «конкретизация» учащимися.

[…] В математике под обобщением понимают переход от рассмотрения элементов одного множества M к рассмотрению элементов другого множества N, такого, что его собственное подмножество N' изоморфно множеству M, а под конкретизацией - обратный переход от рассмотрения элементов второго множества к рассмотрению элементов первого. Например, очень часто множество объектов, охватываемых обобщаемым понятием, не входит в множество объектов, охватываемых обобщенным понятием: последнее может лишь содержать собственное подмножество, изоморфное множеству объектов, охватываемых первым понятием. В этом спуск по общности – ограничение понятий – принципиально отличен от восхождения – обобщения понятий: спускаться можно по той же лестнице, подниматься же можно, строго говоря, переступив на другую лестницу. Отмеченная тонкость важна на более высоком, по сравнению со школьным, уровне.

В частности, в курсе алгебры и теории чисел производится обобщение понятия числа в указанном выше смысле. Например, поле рациональных чисел рассматривается как минимальное расширение кольца целых чисел, в котором операции сложения и умножения обладают свойствами, называемыми основными законами арифметики, а деление всегда выполнимо, если только делитель отличен от нуля. При этом замена одного такого минимального расширения кольца целых чисел другим минимальным его расширением не приводит к получению нового числового множества, отличающегося по своим свойствам от первоначально построенного, так как оказывается, что любые два минимальных поля, являющиеся расширением кольца целых чисел, изоморфны. Поэтому изоморфные кольца или поля не считаются различными. Обычно говорят о единственности, с точностью до изоморфизма, минимального поля, являющегося расширением, например, кольца целых чисел.

[…] Обобщением будет и выявление некоторого свойства, которым обладают все элементы данного множества, и распространение этого свойства на все элементы другого множества, являющегося надмножеством данного. Например, установленное свойство всех элементов конечного множества B = {a, b, ..., c} может распространяться на все элементы его надмножества A = {a, b, ..., c, ...}, являющегося бесконечным множеством. Формулировка такого свойства для множества A является утверждением, требующим доказательства, что каждый элемент множества A обладает найденным свойством, и, обратно, каждый элемент, обладающий этим свойством, является элементом множества A.

Например, на уроках геометрии в школе так устанавливается свойство биссектрисы угла, свойство срединного к отрезку перпендикуляра. В обучении в тесном единстве с обобщением применяется конкретизация. Так, при установлении свойства, которым обладают все элементы бесконечного множества $A = \{a, b, ..., c, ...\}$, приходится вначале рассматривать некоторое конечное его подмножество, например, $B = \{a, b, ..., c\}$, т.е. совершать переход от рассмотрения элементов некоторого множества к рассмотрению элементов его подмножества.

[…] В V классе при формировании понятия подмножеств на уроках математики устанавливается отношение включения между конечными множествами, задаваемыми списками. В дополнение к этому с учащимися рассматривались упражнения, в которых отношение включения устанавливалось между конечными множествами, задаваемыми списками и характеристическими свойствами.

Задание множеств списками позволяло определить, какое из двух данных множеств является подмножеством другого. Дальнейшее сопоставление их характеристических свойств помогало обращать внимание учащихся на ту закономерность, что все элементы подмножества обладают некоторым дополнительным свойством. А поскольку это справедливо и для бесконечных множеств, то появлялась возможность установления отношения включения между множествами, как конечными, так и бесконечными, в результате сопоставления их характеристических свойств.

Например, если говорилось о множестве целых чисел и множестве целых четных чисел, то учащиеся делали вывод, что второе множество является подмножеством первого (так как характеристическое свойство второго множества, наряду с общим для обоих множеств свойством «быть целым числом», содержит дополнительное свойство «четности»).

Следует иметь в виду, что одно и то же множество может задаваться различными характеристическими свойствами. Поэтому установить отношение включения между множествами в результате сопоставления их характеристических свойств часто можно только после замены одного из характеристических свойств другим, ему равносильным. Пятиклассникам предлагались только те упражнения, в которых отношение включения между множествами можно было сразу установить в результате сопоставления их характеристических свойств. […]

3.3.10. Л.С. Понтрягин. О математике и качестве ее преподавания (1980)[38]

(Извлечение)

[…] Мое внимание привлекло в школьном учебнике определение вектора.

Вместо общепринятого и наглядного представления о нем как о *направленном отрезке* (именно такое определение, например, сохранилось и в «Политехническом словаре». – Москва: Советская энциклопедия, 1976. – С. 71) школьников заставляют заучивать следующее: *«Вектором (параллельным переносом), определяемым парой* (A, B) *несовпадающих точек, называется преобразование пространства, при котором каждая точка* M *отображается на такую точку* M_1, *что луч* MM_1 *сонаправлен с лучом* AB *и расстояние* $[MM_1]$ *равно расстоянию* |AB|» (*Клопский, В.М.* Геометрия: учебное пособие для 9 и 10 классов средней школы / В.М. Клопский, З.А. Скопец. М.И. Яггодовский. 6-е изд. – Москва: Просвещение, 1980. – С. 42).

В этом сплетении слов разобраться нелегко, а главное - оно бесполезно, поскольку не может быть применено ни в физике, ни в механике, ни в других науках.

Что же это? Насмешка? Или неосознанная нелепость? Нет, замена в учебниках многих сравнительно простых, наглядных формулировок на громоздкие, нарочито усложненные, оказывается, вызвана стремлением... усовершенствовать (!) преподавание математики.

---

[38] *Понтрягин, Л.С.* О математике и качестве ее преподавания / Л.С. Понтрягин // Коммунист. – 1980. – № 14. – С. 99–112.

Если бы приведенный мною пример был только досадным исключением, то ошибку, по-видимому, легко можно было бы устранить. Но, на мой взгляд, в подобное состояние, к сожалению, пришла вся система школьного математического образования... […]

О преподавании математики заговорили повсюду, начиная с семей, в которых есть дети-школьники, и кончая высокими инстанциями. Родители обеспокоились, что, имея даже инженерное образование, они не понимают излагаемого в школе материала и не могут помочь своим детям в приготовлении уроков. Не ясен и смысл этого материала. Среди школьных педагогов – растерянность и недоумение по поводу новых программ. От многих из них мне приходится получать письма, в которых это выражено весьма эмоционально.

О причинах данного явления я узнал из телевизионного выступления министра просвещения СССР М.А. Прокофьева (в 1979 году). Он сообщил, что двенадцать лет тому назад некоторыми авторитетами было признано, что математика, преподававшаяся тогда в средней школе, отстала от требований времени и потому ее нужно «модернизировать». Нет слов, в определенных усовершенствованиях школьная математика нуждалась, но осуществленные мероприятия не улучшили, а ухудшили положение. В результате, в частности, возникли те учебные программы и пособия, по которым ныне и учатся математике в школе. […]

В современных условиях закономерно возросли требования к содержанию программ по математике и их конкретной реализации в учебниках. Осуществленный в последние годы пересмотр содержания школьного курса математики, включение в него элементов математического анализа, теории вероятностей и так далее можно в принципе рассматривать как явление прогрессивное. Однако в основу изложения авторы ныне действующих учебников положили **теоретико-множественный подход,** отличающийся повышенной степенью абстракции и предполагающий определенную математическую культуру, которой школьники не обладают и не могут обладать. Ее нет и у большинства преподавателей. Что же в итоге произошло? Искусственное усложнение учебного материала и непомерная перегрузка учащихся, внедрение формализма в содержание обучения и отрыв его от жизни, от практики. Многие важнейшие понятия школьного курса математики (такие как понятия функции, уравнения, вектора и т.д.) стали труднодоступными для сознательного усвоения их учащимися.

На определенном этапе развития математики высокоабстрактная теоретико-множественная концепция ввиду ее новизны стала модной, а увлечение ею – превалировать над конкретными исследованиями. Но теоретико-множественный подход – лишь удобный для математиков-профессионалов язык научных исследований. Действительная же тенденция развития математики заключается в ее движении к конкретным задачам, к практике. Современные школьные учебники по математике поэтому – шаг назад в трактовке этой науки, они несостоятельны по своему существу, поскольку выхолащивают суть математического метода. […]

Чрезмерно абстрактный характер придан преподаванию математики уже в первых классах и уже там мешает освоению ее основного предмета – арифметики. Внедрение нарочито усложненной программы, вредной по своей сути, осуществляется к тому же с помощью недоброкачественных, в ряде случаев просто безграмотно выполненных учебников. Но главный порок, конечно же, в самом ложном принципе – от более совершенного его исполнения школа не выиграет. […]

Иногда официальные лица министерства, защищая теоретико-множественный подход как «современный» в школьной педагогике, ссылаются на пример западноевропейских стран: мол, там этот подход вошел в жизнь, а мы-де отстаем от передового опыта. А между тем Парижская академия наук, например, еще в 1972 году обнаружила, что подобная модернизация преподавания математики приводит к появлению неудовлетворительных и ошибочных учебников и методов преподавания, что обучение математике во французских школах не приносит общему образованию той пользы, которой от него следовало бы ожидать. […]

В последние годы некоторую часть школьного курса заполнили элементы высшей математики. Поскольку она должна быть рассчитана на всех учеников, а не только на тех, кто собирается впоследствии стать профессиональным математиком, изложение ее должно быть достаточно ясным и простым, без лишнего формализма. На деле же оно усложнено, перегружено ненужными фактами и недоступно пониманию школьников. Что же касается элементарной математики, то основные ее разделы весьма сокращены, излагаются неполно и не подкреплены достаточным числом примеров и задач. Вот и получилось, что, с одной стороны, школьники оглушены формальным, трудно воспринимаемым материалом, по большей своей части ненужным, а с другой – не получают необходимых навыков в выполнении элементарных арифметических действий и алгебраических преобразований, в решении простейших уравнений и неравенств (в том числе квадратных), обнаруживают слабые знания тригонометрии, не умеют применять алгебру и тригонометрию для решения геометрических задач. В сознании их возникает ложное представление о математике как о чем-то заумном, далеком от реальной действительности и невозможном для освоения многими. Но, по-видимому, ответственных работников системы просвещения не смущает насыщение школьных страниц множеством *«формул формального языка»*.

С большой досадой приходится констатировать, что вместо того, чтобы прививать учащимся практические умения и навыки в использовании обретаемых знаний, учителя подавляющую часть учебного времени тратят на разъяснение смысла вводимых отвлеченных понятий, трудных для восприятия в силу своей абстрактной постановки, никак не «стыкующихся» с собственным опытом детей и подростков, не способствующих развитию их математического мышления и, главное, ни для кого не нужных. […]

3.3.11. Л.М. Фридман, Л.И. Земцова. К вопросу о реализации потенциальных возможностей учащихся в учении (1981)[39]

(Извлечение)

[…] Интеллектуальная активность (далее – ИнА) есть неотъемлемая сторона отношения к учению, которое подразумевает активный характер мышления, заключающийся в умении учащегося увидеть проблему, произвести необходимые интеллектуальные операции на основе приобретенных знаний, умений, навыков, получить новый результат. Учащийся с высоким уровнем ИнА сравнительно легко входит в любую, новую для него деятельность. Познавательная деятельность интеллектуально активного учащегося характеризуется единством усвоения знаний и умственного развития, если нет мотивационного барьера для нарушения такого единства. Однако в случае внешней мотивации учения или когда ученик не видит возможности осуществления настоящей познавательной деятельности

[39] *Фридман, Л.М.* К вопросу о реализации потенциальных возможностей учащихся в учении / Л.М. Фридман, Л.И. Земцова // Вопросы психологии. – 1981. – № 6. – С. 93–100.

в ходе учения и ощущает границы ее проявления, учащиеся с высокой интеллектуальной активностью, даже с эвристическим уровнем ИнА, могут не проявлять эти свои потенциальные возможности в учении, находя различные пути удовлетворения своих познавательных потребностей во внеучебной деятельности.

Ведущая роль ИнА в учении при обычной методике его организации проявляется лишь в его направленности. Знания представляют продукт интеллектуальной активности, а различные формы проявления интеллектуальной активности находятся в непосредственной зависимости от характера знаний и той системы, в которой они структурированы. Однако процесс структурирования знаний в школе целенаправленно не проводится, а осуществляется, в основном неосознанно, отдельными учащимися. Но он и не может быть проведен ими полностью при том сугубо практическом подходе к изучению материала, игнорировании его теоретических сторон, который обусловливает неглубокое отрывочное рассмотрение вопросов. В связи с этим появляется необходимость пересмотра всей организации учебного процесса в таком направлении, чтобы интеллектуально активные учащиеся смогли до конца проявить себя в учении. Но даже в случае полного проявления личности ученика в учении можно лишь предполагать перспективы его развития.

Итак, исследование показало, что потенциальные возможности учащихся (уровень их интеллектуальной активности) проявляются в должной степени в их учении лишь в том случае, когда характер мотивации этой деятельности соответствует характеру ИнА. В противном случае эти потенциальные возможности не проявляются. Отсюда следует, что формирование у учащихся нужной мотивации, направленной на овладение общими способами действий, является важнейшей задачей обучения. Следовательно, учебный процесс в школе должен быть перестроен таким образом, чтобы все его стороны (содержание, организация, методика) были направлены на формирование нужной мотивации. При этом условии потенциальные интеллектуальные возможности учащихся будут в наибольшей степени проявляться в их учении и тем самым будут максимально развиваться. […]

3.3.12. И.Р. Шафаревич. Основные понятия алгебры (1986)[40]

(Извлечение)

[…] Когда на вопрос – что изучает математика? – отвечают: «множества с заданными в них отношениями» или «структуры», то это вряд ли можно признать ответом. Ведь среди континуума мыслимых множеств с заданными в них отношениями или структур реально привлекает математиков очень редкое, дискретное подмножество, и смысл

---

[40] *Шафаревич, И.Р.* Основные понятия алгебры / И.Р. Шафаревич. – Текст: электронный // Math-Net.Ru: [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/links/742f83e7d6037eae054f82924ea5616e/intf69.pdf (дата обращения: 10.11.2021).

вопроса как раз и заключается в том, чтобы понять, чем же особенно ценна эта исчезающая малая часть, вкрапленная в аморфную массу. Точно так же, смысл математического понятия далеко не содержится в его формальном определении. Не меньше (скорее больше) дает набор основных примеров (как правило, в не очень большом числе), являющихся для математика одновременно и мотивировкой, и содержательным определением, и «смыслом» понятия.

По-видимому, та же трудность возникает при попытке характеризовать при помощи общих свойств любое явление, хоть в какой-то степени обладающее индивидуальностью. Например, нельзя дать «определение» немцев или французов – можно лишь рассказать об их истории и образе жизни. Нельзя дать «определение» и конкретного человека – можно либо привести его «паспортные данные», либо попробовать описать его наружность и характер, рассказать несколько типичных случаев из его биографии. По последнему пути мы и попытаемся пойти в этой работе – в применении к алгебре. Поэтому аксиоматически-логическое изложение будет в нашей статье соседствовать с описательным стилем: тщательным разбором ключевых примеров, точек соприкосновения алгебры с другими разделами математики и естествознания. Разумеется, отбор материала здесь очень сильно определяется личными точками зрения и вкусами автора. В качестве читателя я представлял себе студента-математика младших курсов или математика-неалгебраиста, или физика-теоретика, желающего получить представление о духе алгебры и ее месте в математике.

[…] Предполагается лишь, что он знаком с анализом, аналитической геометрией и линейной алгеброй в том объеме, в котором они сейчас читаются во многих институтах. Сложнее описать объем тех знаний, которые используются при разборе примеров. Желательно владение понятиями проективного пространства, топологического пространства, дифференцируемого и аналитического многообразия, основами теории функций комплексного переменного. […]

Что такое алгебра? – Является ли она областью математики, методом или психологической установкой? На такие вопросы, конечно, не может быть дано ни однозначного, ни короткого ответа. Место, занимаемое алгеброй в математике, можно попытаться описать, обратив внимание на процесс, который Герман Вейль назвал трудно произносимым именем «координатизация». Человек может ориентироваться во внешнем мире, опираясь исключительно на свои органы чувств, на зрение, осязание, на опыт манипулирования предметами внешнего мира и на возникающую отсюда интуицию. Однако возможен и другой подход: путем измерения субъективные ощущения превращаются в объективные знаки – числа, которые способны сохраняться неограниченно долго, передаваться другим лицам, не воспринимавшим тех же ощущений, а главное – с которыми можно оперировать и таким образом получать новую информацию о предметах, бывших объектом измерения.

Древнейшим примером являются пересчет (координатизация) и счет (оперирование), дающие возможность делать заключения о числе предметов, не перебирая их. Из попыток «измерить» или «выразить числом» различные объекты возникли, вслед за целыми, дробные и отрицательные числа. Стремление выразить числом диагональ квадрата со стороной 1 привело к известному кризису в раннеантичной математике и построению иррациональных чисел.

Измерение задает вещественными числами точки прямой и, гораздо шире, выражает числами многие физические величины. Галилею принадлежит самая крайняя формулировка идеи координатизации в его эпоху: «Измерить все, что измеримо, и сделать измеримым все, что таковым еще не является». Успех этой идеи, начиная именно со времени, когда жил Галилей, был блистателен. Создание аналитической геометрии дало возможность задавать точки плоскости парами, а точки пространства – тройками чисел и путем оперирования с числами открывать все новые геометрические факты. Однако успех аналитической геометрии основывается, главным образом, на том, что она «сводит» к числам не только точки, но и кривые, и поверхности, и т.д.

Например, кривая на плоскости задается уравнением $F(x, y) = 0$. Если это прямая, то F – многочлен 1-й степени и задается своими тремя коэффициентами: при x, при у и свободным членом. В случае конического сечения мы имеем кривую второго порядка, которая задается своими шестью коэффициентами. Если F – многочлен степени л, то он имеет, как легко видеть, + *Hn + 2) коэффициентов, которыми соответствующая кривая задается так же, как точка – координатами.

Чтобы выразить числом корни уравнения, были введены комплексные числа и тем сделан шаг в совершенно новую область математики, включающую эллиптические функции и римановы поверхности. […]

Объекты, служащие «координатами», должны удовлетворять лишь некоторым условиям очень общего характера.

Они должны быть индивидуализируемы. Например, в то время как все точки прямой обладают одинаковыми свойствами (прямая однородна) и точку можно фиксировать, лишь указав на нее пальцем, – числа все индивидуальны: 3, 7/2, $\sqrt{2}$, п,... (тот же принцип применяется, когда новорожденным щенкам, неразличимым для хозяина, привязывают на шею разноцветные ленточки, чтобы отличить их друг от друга).

Они должны быть достаточно абстрактны, отражать свойства, общие широкому кругу явлений.

Некоторые фундаментальные черты изучаемых ситуаций должны отражаться в операциях, которые можно производить над координатизирующими их объектами: сложении, умножении, сравнении по величине, дифференцировании, составлении скобки Пуассона и т.д. […]

3.3.13. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики (1988)[41]

(Извлечение)

[…] Одним из основных видов деятельности учителя является аналитико-синтетическая деятельность, состоящая в осознании и принятии широких и узких целей обучения, воспитания и развития учащихся. Этот вид деятельности включает в себя: логико-математический анализ учебного материала школьных учебников и задачников по математике; логико-дидактический анализ учебного материала школьных учебников; методический анализ математической литературы и литературы по педагогике, психологии, истории математики, методике преподавания других школьных предметов и др.; методический анализ различных средств обучения – наглядности, технических средств обучения, обучающих возможностей ЭВМ и др. Аналитическую деятельность учитель должен осуществлять с условием, что весь учебный материал и все средства анализируются с одной целью: научить ученика самостоятельно разбираться в учебном материале. Значит, в основе анализа любого материала, кроме логической и содержательной его части, должны быть учтены цели изучения этого материала, а последние непосредственно связаны с интеллектуальными,

[41] Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физико-математических специальностей педагогических институтов / под ред. Е.И. Лященко. – Москва: Просвещение, 1988. – С. 7–14.

эмоциональными и волевыми возможностями учащегося. Результат анализа возможностей отдельных учащихся и коллектива учащихся в целом, концепций обучения и специфики учебного материала позволит учителю правильно отобрать учебный материал, на основе которого осуществляется обучение.

Важный вид деятельности учителя – планирование и конструирование. Этот вид деятельности включает в себя тематическое и календарное планирование учебного материала, планирование уроков (разработка подробных конспектов уроков и развернутых планов уроков, занятий кружка или факультатива и др.). На основе выполненного анализа учебного материала и средств обучения с учетом четко сформулированных целей обучения и поставленных учебных задач учитель конструирует урок, основные моменты которого найдут отражение в конспекте или развернутом плане урока или другого учебного дела.

Учитель должен уметь выполнять еще один вид деятельности – организовывать деятельность учащихся на различных видах занятий и управлять этой деятельностью на разных ее этапах. Этот вид деятельности включает в себя организацию учащихся на сознательное отношение к разным видам деятельности на уроке: к слушанию учителя и товарища, к чтению учебников и научно-популярной литературы, к решению разнообразных математических задач, к самостоятельной работе с различным учебным материалом на уроке и дома, к подготовке рефератов, к решению нестандартных математических задач, к подготовке докладов и др. Управление деятельностью учащихся может осуществляться различными путями: 1) косвенное управление – через соответствующий набор учебного материала и средств обучения; 2) прямое управление – через формирование определенных учебно-познавательных действий и действий контроля и самоконтроля.

И еще один вид деятельности учителя – деятельность по организации различных форм контроля работы учащихся (устный опрос учащихся – фронтальный и индивидуальный, письменные работы – с комментарием отдельных этапов у доски, обучающие самостоятельные работы, контрольные работы) и правильной оценки этой работы. Студент – будущий учитель должен непрерывно учиться этому виду деятельности. Точная постановка вопроса, комментирование ответов товарищей, рецензирование их работ, составление планов ответов, анализ ответов в соответствии с составленным планом и т.д. – все это формирует умение правильной оценки деятельности других людей. Формирование самооценки осуществляется путем анализа ошибок в своей работе на основе образца решения, предписания или контрпримеров и др.

[…] Структура учебной деятельности включает в себя следующие компоненты: учебно-познавательные потребности и мотивы; учебно-познавательная задача; действия и операции, с помощью которых будет решена учебно-познавательная задача; рефлексия и анализ и на их основе действия оценки и самооценки осуществленной учебно-познавательной деятельности.

[…] Уровни сформированности умений могут быть разные. Для учебно-познавательных умений обычно выделяют три уровня сформированности: 1) уровень воспроизведения; 2) уровень применения умений в аналогичной ситуации; 3) уровень творческого использования умений в новой нестандартной ситуации.

Учебная деятельность будет сформирована тогда, когда учащийся сможет заниматься самообразованием. А это значит, что он должен уметь выполнять действия целеполагания и мотивации, действия постановки учебных задач, действия отбора содержательных средств и учебных действий для решения учебных задач, действия оценки и самооценки.

Итак, учебные умения — это действия по реализации учебной деятельности, причем эти действия есть синтез общеучебно-познавательных и предметных действий.

[…] Предметные действия, раскрывающие процесс подготовки к уроку и его проведения, будут следующие: действия целеполагания и мотивации; действия логико-дидактического анализа учебного материала; действия постановки учебных задач; действия отбора средств и методов обучения в соответствии с поставленной учебной задачей и наличием средств обучения; действия по организации и управлению процессом учения и обучения; действия по формированию оценки и самооценки.

[…] Содержание деятельности учителя математики опирается на определенные профессиональные знания: знание о различных аспектах вопроса постановки целей обучения математике (цели изучения тем, разделов, методов, решения задач, доказательства математических утверждений и др.); знание о приемах принятия целей изучения учебного материала; знание о специфике учебных, математических и методических задач и приемах их формулировки и постановки; знание о действиях и соответствующих им операциях для решения определенных классов математических, учебных и методических задач; знание о средствах обучения, способах их реализации при обучении различным вопросам в соответствии с целями и методами обучения; знание о приемах организации деятельности учащихся и управления этой деятельностью; знание о различных формах контроля и приемах оценки деятельности учащихся и формирования самооценки у учащихся.

[…] В соответствии с уровнями формирования методических умений, их предметной сложностью и спецификой применения на педагогической практике эти умения можно разделить на несколько групп. Приводим одну из возможных группировок методических умений.

Первая группа методических умений в значительной мере связана с первым уровнем их формирования:

1. Умение выполнять логико-математический анализ определений математических понятий, математических утверждений, правил, алгоритмов, сюжетных математических задач.

2. Умение выполнять логико-дидактический анализ конкретного, самого минимального, содержательно законченного раздела учебного материала учебника, чаще всего пункта.

3. Умение организовывать поиск решения математической задачи, доказательства математического утверждения.

4. Умение подбирать задачи для обучения понятиям, доказательству математических утверждений, формированию правила или построению алгоритма.

5. Умение изготовлять простейшее учебное или наглядное пособие, материал для кодоскопа и др.

6. Умение работать со справочником, таблицей и другими аналогичными материалами и обучать этой работе учащихся.

7. Умение подбирать литературу для изучения конкретного вопроса (теоремы, задачи, пункта учебника) и составлять соответствующую картотеку.

8. Умение составлять систему вопросов для фронтальной проверки усвоения определенного конкретного знания (понятия, теоремы, правила и т.п.), составлять самостоятельную работу для проверки определенных

математических или учебных умений учащихся, составлять контрольную работу для проверки конкретных знаний и умений учащихся.

9. Умение оценивать письменную обучающую или контрольную работу и анализировать ее результаты.

10. Умение располагать материал на доске, оформлять решение сюжетной задачи, доказательство математического утверждения, нахождение значения числового выражения или выражения с переменной и др.

Вторая группа методических умений предполагает второй уровень их формирования с учетом педагогической специфики изучения учебного материала:

1. Умение определять цели изучения конкретного учебного материала (определения понятия, теоремы и др.).

2. Умение на основе поставленной цели изучения учебного материала выполнять его логико-дидактический анализ (выделять ядерный материал, ведущие идеи темы, типизировать математические задачи и др.).

3. Умение мотивировать изучение конкретного учебного материала (темы, математической задачи, теоремы и др.).

4. Умение четко ставить учебную задачу и отбирать соответствующие ей учебные действия и операции.

5. Умение организовывать деятельность учащихся и управлять ею в процессе решения учебной задачи (приемы постановки вопросов, подбор средств для решения учебной задачи, постановка организующих и управляющих

вопросов и вариантов одного и того же вопроса, приемы реакции на ответ и др.).

6. Умение составлять календарный план темы на основе ее логико-дидактического анализа.

7. Умение подбирать материал к уроку и писать конспект или развернутый план урока.

8. Умение анализировать урок с учетом целей его проведения и учебного материала.

9. Умение анализировать ответ учащегося, давать ему оценку.

10. Умение реферировать и рецензировать статьи (пособия) дидактического, педагогического и психологического содержания.

11. Умение составлять картотеку к докладу, для изучения конкретной темы.

Третья группа методических умений синтезирует все ранее сформированные умения и реализуется на любом учебном материале:

1. Умение выполнять логико-дидактический анализ школьного учебника, а также анализ реализации в учебниках определенной математической идеи, линии.

2. Умение определять иерархию целей обучения конкретной теме, курсу, предмету и конструировать систему ее реализации.

3. Умение создавать вариативную методику обучения в зависимости от целей и реальных условий обучения. […]

3.4. Темы для рефератов/докладов

1. Советские учебники математики.

2. Влияние советского государства на развитие отечественного математического образования.

3. «Колмогоровская» реформа преподавания математики: плюсы и минусы.

4. Советские периодические издания по преподаванию математики.

3.5. Задания для самостоятельной работы

1. Выберите правильный вариант ответа:

Педагогическая деятельность – это:

а) разновидность профессиональной деятельности, направленная на передачу социокультурного опыта посредством обучения и воспитания;

б) преднамеренный контакт (разной продолжительности по времени) педагогов и воспитанников, результатом которого являются взаимные изменения в поведении, деятельности и отношениях;

в) научное проектирование и точное воспроизведение гарантирующих успех педагогических действий;

г) педагогическая цель, наложенная на конкретную образовательную ситуацию, поставленная на этапе подготовки педагогического процесса.

(1 балл)

2. Охарактеризуйте место методики преподавания математики в структуре педагогического знания (рис. 3.1).

Философия педагогики
↕↕↕
История педагогики
↕↕↕
Общая педагогика
↕↕↕
Возрастная педагогика
↕↕↕
Профессиональная педагогика
↕↕↕
Социальная педагогика
↕↕↕
Коррекционная педагогика
↕↕↕
Частные методики

Рис. 3.1. Педагогическое знание

(5 баллов)

3. Заполните табл. 3.1:

Таблица 3.1 – **Биография Л.С. Понтрягина**

№	**Дата**	**Локализация**	**Событие**

(5 баллов)

4. Приведите в соответствие имена педагогов-математиков и название их сочинений (в ответе к каждому номеру припишите соответствующую букву):

№ п/п	Персоналия		Название сочинения
1	И.К. Андронов	А	Вариант учебной тригонометрии
2	К.С. Барыбин	Б	Полвека развития школьного математического образования в СССР
3	А.Н. Шапошников	В	Общая методика преподавания математики
4	В.В. Репьёв	Г	Методика преподавания алгебры

(2 балла)

5. Ознакомьтесь с монографией И.П. Костенко «Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы» и заполните табл. 3.2:

Таблица 3.2 – **Коренные реформы математического образования в СССР**

№	Период	Содержание	Результаты

(5 баллов)

6. Определите, какую роль сыграли инновации, предложенные В.Д. Шаталовым, в развитии методики преподавания математики в школе.

Как коллеги, ученые и общественное мнение отреагировали на его разработки? Проанализируйте вынесенные ими оценки.

(4 балла)

7. Кратко охарактеризуйте вклад советских ученых в развитие методики преподавания математики:

В.М. Брадис

А.Н. Колмогоров

А.И. Маркушевич

(5 баллов)

8. Перед методикой преподавания математики стоят следующие основные задачи:

1) рассмотреть необходимые средства обучения и разработать рекомендации по их применению в практической деятельности учителя;

2) определить конкретные цели изучения математики и отобрать содержание учебного предмета в средней общеобразовательной школе;

3) разработать наиболее рациональные методы и организационные формы обучения, направленные на достижение поставленных целей изучения математики;

4) все ответы верны.

(1 балл)

9. Применение компьютерных технологий на уроках математики целесообразно, поскольку создается возможность (укажите неверное):

1) демонстрировать реальные объекты и процессы как учебный материал для построения математических моделей окружающей действительности;

2) организовывать подвижные игры как динамические паузы;

3) при необходимости вести поиск информации;

4) осуществлять оперативный контроль и мониторинг овладения обучающимися математическими знаниями и умениями.

(1 балл)

10. Целенаправленный и организованный процесс передачи и усвоения знаний, учений, приемов и способов умственной деятельности, предусмотренный действующими программами, – это:

1) математическая компетенция обучающихся;

2) математизация научного знания;

3) формирование элементарных математических представлений;

4) математическое развитие школьников.

(1 балл)

11. При оценивании устного выполнения вычислений не учитывается один из следующих критериев:

1) обоснованность;

2) правильность;

3) быстрота;

4) аккуратность записи решения.

(1 балл)

12. Установите соответствие между этапом урока открытия нового знания и его дидактической целью:

1) открытие нового знания;

2) самостоятельная работа с самопроверкой;

3) актуализация опорных знаний;

4) итог урока;

а) проектирование и фиксация нового знания;

б) формирование навыков самоконтроля и самооценки;

в) содержательная и мыслительная подготовка;

г) рефлексия деятельности.

(2 балла)

13. В число главных вопросов содержательной методической линии «уравнения» в школьном курсе математики входят (отметьте все правильные ответы):

1) понятие корня уравнения;

2) понятие многочлена;

3) понятие уравнения;

4) понятие тождества;

5) условия равносильности уравнений.

(2 балла)

14. К содержательно-методической линии тождественных преобразований иррациональных выражений не относится (отметьте один правильный ответ):

1) вынесение множителя из-под знака корня;

2) понятие корня уравнения;

3) понятие степени с натуральным показателем;

4) приведение одночлена к стандартному виду и наоборот;

5) сокращение алгебраической дроби.

(1 балл)

15. К методам решения задач на построение относятся (отметьте все правильные ответы):

1) алгебраический метод;

2) арифметический метод;

3) векторный метод;

4) метод геометрических мест точек;

5) метод геометрических преобразований.

(2 балла)

16. Установите соответствие (в ответе к каждому номеру припишите соответствующую букву):

№ п/п	Этап решения задачи на построение		Методы рассуждений, применяемые на указанном этапе решения задачи
1	Анализ	А	Синтез основных и элементарных задач
2	Построение	Б	Метод полной индукции
3	Доказательство	В	Разновидность метода, названная «нисходящим»
4	Исследование	Г	Дедуктивное рассуждение с опорой на предыдущее

(2 балла)

17. Установите последовательность этапов работы над задачей.

1) дополнительная работа над решенной задачей;
2) поиск решения задачи;
3) анализ и усвоение текста задачи;
4) проверка решения задачи;
5) решение задачи.

(2 балла)

18. Какое средство обучения используется для самостоятельного обучения учеников?

1) калькулятор;
2) компьютер;
3) учебник;
4) идентификатор.

(1 балл)

19. Какие мыслительные операции определяют продуктивную деятельность школьников на уроках математики?

1) интуиция и анализ;

2) анализ и синтез, сравнение, аналогия, классификация, обобщение;

3) индукция и дедукция;

4) классификация и обобщение.

(1 балл)

20. Перечислите элементы методической системы обучения математике.

1) ученик, учитель, учебник;

2) теория и практика методики обучения математике;

3) цели, содержание, методы и формы обучения математике;

4) математика и педагогика.

(1 балл)

Список рекомендуемой литературы

Источники

1. *Брадис, В.М.* Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / В.М. Брадис. – 3-е изд. – Москва: Учпедгиз, 1954. – 504 с. – Текст: непосредственный.

2. *Колмогоров, А.Н.* Математика – наука и профессия / А.Н. Колмогоров. – Москва: Наука, 1988. – 285,[2] с.: ил. – ISBN 5-02-013879-7. – Текст: непосредственный.
3. *Понтрягин, Л.С.* Жизнеописание Л.С. Понтрягина, математика, составленное им самим. Рождения 1908 г., Москва / Л.С. Понтрягин. – Москва: Прима В, 1998. – 302 с. – ISBN 5-85240-062-9. – Текст: непосредственный.
4. *Он же.* Математический анализ для школьников / Л.С. Понтрягин. – Москва: Наука, 1980. – 88 с. – Текст: непосредственный.
5. *Лаврентьев, М.А.* Наука. Технический прогресс. Кадры: сб. статей и выступлений / М.А. Лаврентьев. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1980. – 288 с.: ил.; 1 л. портр. – Текст: непосредственный.
6. *Шаталов, В.Ф.* Эксперимент продолжается / В.Ф. Шаталов. – Донецк: Сталкер, 1998. – 396 с. – ISBN 966-7104-71-0. – Текст: непосредственный.
7. *Шафаревич, И.Р.* Избранные главы алгебры: учебное пособие для школьников / И.Р. Шафаревич. – Москва: Журнал «Математическое образование», 2000. – 377 с., [3] л. портр.: ил. – ISBN 5-05240-064-5. – Текст: непосредственный.

Основная литература

8. *Далингер, В.А.* Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 460 с. – ISBN 978-5-534-09597-5. – Текст: непосредственный.

9. *Он же.* Методика обучения математике. Практикум по решению задач: учебное пособие для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 271 с. – ISBN 978-5-534-09601-9. – Текст: непосредственный.
10. Методика обучения математике: в 2 ч. Часть 2: учебник для вузов / Н.С. Подходова [и др.]; под редакцией Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – Москва: Юрайт, 2021. – 299 с. – ISBN 978-5-534-08768-0. – Текст: непосредственный.
11. Методика обучения математике. Практикум: учебное пособие для вузов / В.В. Орлов [и др.]; под редакцией В.В. Орлова, В.И. Снегуровой. – Москва: Юрайт, 2021. – 379 с. – ISBN 978-5-534-08769-7. – Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

12. *Асланов, Р.М.* Педагоги-математики: историко-математические очерки / Р.М. Асланов, Н.Г. Кузина, И.В. Столярова. – Москва: Прометей, 2015. – 547, [4] с.: ил., портр. – ISBN 978-5-7042-2537-9. – Текст: непосредственный.
13. *Атанасян, С.Л.* К истории школьного математического образования: роль социально-экономических перемен и обыденного сознания / С.Л. Атанасян, И.С. Сафуанов // Наука и школа. – 2018. – № 5. – С. 35–40. – Текст: непосредственный.

14. *Костенко, И.П.* Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы: монография / И.П. Костенко. – Изд. 2-е, доп. – Москва: ФГБОУ ВПО РГУПС (фил. в г. Краснодаре), 2013. – 501 с.: ил.; – ISBN 978-5-88814-343-8. – Текст: непосредственный.
15. *Ларина, Г.С.* Когнитивные процессы в преподавании: связь с достижениями учащихся в математике / Г.С. Ларина, А.В. Капуза // Вопросы образования. – 2020. – № 1. – С. 70–96. – Текст: непосредственный.
16. *Любецкий, В.А.* Основные понятия элементарной математики: учебное пособие / В.А. Любецкий. – 2-е изд., испр. – Москва: Айрис пресс, 2004. – 622, [1] с.: ил. – ISBN 5-8112-0479-5. – Текст: непосредственный.
17. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика / А.Я. Блох и др.; сост. В.И. Мишин. – Москва: Просвещение, 1987. – 414,[2] с.: ил. – Текст: непосредственный.
18. *Ракипова, О.Н.* Использование мобильных технологий во внеурочной деятельности по математике в 7–9 классе / О.Н. Ракипова, Л.В. Сардак // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2020. – № 5. – С. 63–68. – Текст: непосредственный.
19. *Поляница, Н.С.* Особенности преподавания курса математики в 9 классе в условиях введения ФГОС / Н.С. Поляница, М.Б. Беляева // Преемственность в образовании. – 2019. – № 24 (12). – С. 259–262. – Текст: непосредственный.

20. *Попов, А.А.* Генезис содержания математического образования в СССР (1940–1960-е гг.) / А.А. Попов // Вестник Самарского государственного университета. – 2014. – № 5 (116). – С. 214–219. – Текст: непосредственный.
21. *Фомина, Т.П.* Профессионально ориентированные задачи в обучении школьников 7–9 классов математике / Т.П. Фомина, А.В. Хорцев // Педагогика. Вопросы теории и практики. – 2020. – Т. 5. – № 6. – С. 823-827. – Текст: непосредственный.
22. *Фридман, Л.М.* Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика: учебное пособие для учителей и студентов / Л.М. Фридман. – Москва: Школьная Пресса, 2002. – 204, [1] с.: ил., табл. – ISBN 5-9219-0099-0. – Текст: непосредственный.
23. *Хамов, Г.Г.* Решение задач на доказательство как составляющая исследовательской деятельности при изучении теории чисел / Г.Г. Хамов, Л.Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. – 2019. – № 6 (111). – С. 60–66. – Текст: непосредственный.

Справочная литература

24. *Куприкова, О.Н.* Словарь-справочник по истории математического образования в России / О.Н. Куприкова, Р.З. Гушель. – Смоленск: Смоленский государственный университет, 2006. – 106 с.: табл. – Текст: непосредственный.

Видеоматериалы

25. *Апанасенко, О.Н.* Организация методической работы в школе в условиях реализации ФГОС [Видеозапись] / О.Н. Апанасенко // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=0eyB4b1q2PU&list=PLqwo6zbNj50DTFFyZcTtCYDSVO6BcEym1&index=107 (дата обращения: 10.11.2021).
26. Легенды науки. Сезон 2. Андрей Колмогоров [Видеозапись] / О.Н. Апанасенко // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=OrN4TMDyX00 (дата обращения: 10.11.2021).
27. Совершенствование методики преподавания математики в условиях введения ФГОС ООО и СОО [Видеозапись] // Ruclip.com: [сайт]. – URL: https://ruclip.com/video/hnkyLlKzWnE/совершенствование-методики-преподавания-математики-в-условиях-введения-фгос-ооо-и-соо.html (дата обращения: 10.11.2021).
28. *Шаталов, В.Ф.* Суть методики [Видеозапись] / В.Ф. Шаталов // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=Tl5k0kr2Muo (дата обращения: 10.11.2021).

Аудиоматериалы

29. Математический анализ МГППУ [Аудиозапись] // Hitplayer.ru: [сайт]. – URL: https://stand.hitplayer.ru/?s=математический%20анализ%20мгппу (дата обращения: 10.11.2021).

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

30. Институт стратегии развития образования РАО [сайт]. – URL: http://www.instrao.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
31. Итоги науки и техники. Серия «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры» [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=into&option_lang=rus (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
32. Канал Ассоциации руководителей образовательных организаций [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/channel/UC3XXU3ehZ4jL9RG88pWySeA/playlists (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
33. Квант [сайт]. – URL: https://kvant.ras.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
34. Математика [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mat&option_lang=rus (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
35. Математическое образование [сайт]. – URL: https://matob.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
36. Министерство просвещения РФ [сайт]. – URL: https://edu.gov.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
37. Общероссийский портал Math-Net.ru [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

38. Педагогика. Научно-теоретический журнал РАО [сайт]. – URL: http://pedagogika-rao.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
39. Современные проблемы математики [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=spm&option_lang=rus (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
40. Успехи математических наук [сайт]. – URL: http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=rm&option_lang=rus (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
41. Kolmogorov.info [сайт]. – URL: https://kolmogorov. info (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

ТЕМА 4. СОВРЕМЕННЫЙ ПЕРИОД

4.1. Образовательные, научные и административные учреждения

Колледж (1992 – н.в.) – среднее специальное учебное заведение, реализующее основные профессиональные образовательные программы среднего профессионального образования базовой подготовки и программы среднего профессионального образования углублённой подготовки.

Лицей (1992 – н.в.) – 1) учреждение среднего профессионального образования (бывшие профессионально-технические училища); 2) школа узкой специализации (юридической, медико-биологической, художественно-эстетической, информационно-технологической); 3) образовательное (как правило, физико-математической специализации) учреждение при университете или академии.

«Математическая вертикаль» – столичный образовательный проект, целью которого является многоцелевая предпрофильная подготовка по математике и смежным областям. Единым проектным офисом проекта является Городской методический центр Департамента образования и науки города Москвы, который выполняет организационное сопровождение деятельности образовательных организаций, координирует сотрудничество с организациями-партнерами, ресурсными центрами проекта и школами-консультантами, информирует администрации и педагогов школ о мероприятиях проекта.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации (Минобрнауки России) (2018 – н.в.) – федеральный орган исполнительной власти России, осуществляющий функции по выработке и реализации государственной политики и нормативно-правовому регулированию в сфере высшего образования и соответствующего дополнительного профессионального образования, а также научной, научно-технической и инновационной деятельности и развитию федеральных центров науки и высоких технологий, государственных научных центров и наукоградов.

Министерство образования и науки Российской Федерации (2014–2018) – федеральный орган исполнительной власти России, осуществлявший функции по выработке государственной политики и нормативно-правовому регулированию в сфере образования, научной, научно-технической и инновационной деятельности, развития федеральных центров науки и высоких технологий, государственных научных центров и наукоградов, интеллектуальной собственности, а также в сфере молодёжной политики, воспитания, опеки и попечительства, социальной поддержки и социальной защиты обучающихся и воспитанников образовательных учреждений.

Министерство просвещения Российской Федерации (Минпросвещения России) (2018 – н.в.) – федеральный орган исполнительной власти России в сфере общего образования, среднего профессионального образования, высшего педагогического образования и соответствующего дополнительного профессионального образования, профессионального обучения, дополнительного образования детей и взрослых, воспитания, опеки и попечительства в отношении несовершеннолетних граждан, социальной поддержки и социальной защиты обучающихся, а также функции по оказанию государственных услуг и управлению государственным имуществом в сфере общего образования, среднего профессионального образования и соответствующего дополнительного профессионального образования, профессионального обучения, дополнительного образования детей и взрослых, воспитания.

«Сириус» (2015 – н.в.) – образовательный центр поддержки одарённых детей в России. Создан образовательным Фондом «Талант и успех» по инициативе Президента России на базе Олимпийского парка. Расположен в образованном в феврале 2020 года пгт Сириус – первой федеральной территории в стране. Центр работает 12 месяцев в году. Ежемесячно в нём проходят подготовку около 800 детей 10–17 лет из всех регионов России, которые проявили выдающиеся способности или добились успеха в разных областях естественных и гуманитарных наук, искусств и спорта, и более сотни сопровождающих их преподавателей и тренеров, повышающих в центре свою квалификацию. Проезд и пребывание в «Сириусе» для детей бесплатные.

«Талант и успех» (2014 – н.в.) – образовательный фонд, основанный известными математиками С.К. Смирновым и И.В. Ященко, деятелями культуры и спорта. Попечительский совет фонда возглавляет Президент России.

4.2. Персоналии

Башмаков Марк Иванович (р. 1937) – советский и российский математик, педагог, автор многочисленных учебников и пособий для школьников, доктор физико-математических наук (1976), профессор, действительный член Российской академии образования (1993).

Далингер Виктор Алексеевич (р. 1950) – доктор педагогических наук (1992), профессор (1993), заведующий кафедрой математики и методики обучения математике факультета математики, информатики, физики и технологии Омского государственного педагогического университета, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации.

Жафяров Акрям Жафярович (р. 1939) – доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Российской академии образования (1993), почетный работник высшего профессионального образования РФ, заведующий кафедрой геометрии и методики обучения математике Новосибирского государственного педагогического университета.

Мадер Виктор Викторович (1920–2012) – советский и российский математик, популяризатор науки, автор вузовского учебника книга «Введение в методологию математики», имеет около 40 опубликованных научных работ и 8 книг по математике.

Никитин Александр Александрович (р. 1948) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук (1991), профессор (1991), действительный член Российской академии образования (2007). Автор учебников для средней и высшей школы.

Подуфалов Николай Дмитриевич (р. 1949) – советский и российский учёный-математик, доктор физико-математических наук (1982), профессор. Ректор Красноярского государственного университета (1988–1996), заместитель министра общего и профессионального образования России (1996–1998), действительный член Российской академии образования (1992).

Рукшин Сергей Евгеньевич (р. 1957) – советский и российский учитель математики, профессор кафедры математического анализа Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена, народный учитель Российской Федерации (2017), кавалер

«Ордена Почета». Член общественного совета Минобрнауки по реформе РАН, научный руководитель физико-математического лицея № 239.

Семёнов Алексей Львович (р. 1950) – советский и российский учёный, доктор физико-математических наук (1984). Заведующий кафедрой математической логики и теории алгоритмов механико-математического факультета МГУ, ректор Московского педагогического государственного университета (МПГУ) (2013–2016), директор Института кибернетики и образовательной информатики им. А.И. Берга ФИЦ ИУ РАН. Действительный член Российской академии образования (2010), академик РАН (2011), лауреат премии ЮНЕСКО.

Смирнов Станислав Константинович (р. 1970) – российский и швейцарский математик, лауреат Филдсовской премии (2010), член Общественного совета при Минобрнауки (2012). Профессор Женевского университета (2003 – н.в.), член Европейской академии Academia Europaea (2013).

Филиппов Владимир Михайлович (р. 1951) – советский и российский ученый, доктор физико-математических наук (1986), профессор, действительный член Российской академии образования (2003). Государственный деятель, председатель Высшей аттестационной комиссии Минобрнауки России (с 2013), ректор Российского университета дружбы народов (1993–1998, 2005–2020), министр образования Российской Федерации (1998–2004).

Хазанкин Роман Григорьевич (р. 1947) – советский и российский педагог, заслуженный учитель школы РСФСР (1987). Лауреат Государственной премии СССР (1990), лауреат Премии Правительства России в области образования (2006).

Шарыгин Игорь Фёдорович (1937–2004) – советский и российский математик и педагог, специалист по элементарной геометрии, популяризатор науки, автор учебников и пособий для школьников, член редколлегии журнала «Квант». Член исполкома Международной комиссии по математическому образованию (1999–2002), заведующий лабораторией «Геометрия» Московского центра непрерывного математического образования.

Ященко Иван Валериевич (р. 1968) – российский математик и популяризатор науки. Окончил математический класс московской школы № 91 (1985) и механико-математический факультет МГУ (1990). Учитель математики (1986–1994), кандидат физико-математических наук (1994), директор Московского центра непрерывного математического образования (1995–1999), заведующий кафедрой (1999–2016) и проректор (2006–2011) Московского Института открытого образования, директор (2012–2020) и научный руководитель Центра педагогического мастерства (2020 – н.в.). Возглавляет федеральную группу разработчиков ЕГЭ по математике (2010 – н.в.), заместитель председателя оргкомитета Московской математической олимпиады.

4.3. Извлечения из публикаций

4.3.1. Мадер В.В. Введение в методологию математики (1995)[42]

(Извлечение)

[…] Методология математики в самом общем понимании – это знание о знаниях. Более детально методология математики может быть охарактеризована путем рассмотрения ее наиболее важных сторон.

1. Методология математики – это учение о философских проблемах математики: о ее основаниях, понимаемых в широком гносеологическом плане, о способах «бытия» математических объектов, об особенностях их познания. Это учение о специфике математики, рассматриваемой с точки зрения теории познания. Известно, что математика в определенной мере тоже занимается исследованием самой себя. Создаются специальные метатеории, посвященные изучению природы формальных систем. Исследуется специфика математического аппарата. Но все это делается формально-логическими методами, т.е. не выходя за рамки самой математики. Методология же математики исследует математическое знание с более общих позиций. Математика включается

[42] *Мадер, В.В.* Введение в методологию математики (Гносеологические, методологические и мировоззренческие аспекты математики. Математика и теория познания) / В.В. Мадер. – Москва: Интерпракс, 1995. – С. 7–9.

в богатейший контекст всей осмысленной и целенаправленной человеческой деятельности, рассматриваемой и в историческом, и в прагматическом, и в гносеологическом планах. Таким образом, методология математики (понимаемая как философия математики) представляет собой учение о наиболее общих принципах научного познания и о приложении этих принципов к анализу природы математического знания.

2. Методология математики – это учение о причинах объективности математического знания, о его «разумности», об исторической обусловленности ее природы и логической структуры. В рамках этого учения исследуется вопрос о предмете математики и вопрос о причинах эффективности математического аппарата. Устанавливается, что эта эффективность отчасти является результатом приспособления нашего сознания к действительности: происходит накопление огромного интеллектуального опыта», играющего роль «компаса» в научных исследованиях.

3. Методология математики – это учение, основанное на обобщении исторического опыта. Анализ этого опыта приводит к формированию теории познания и осознанию ее взаимосвязи с математикой.

4. Методология математики – это учение, связанное с психологией сознания и в особенности с психологией творчества. Психологические особенности восприятия, памяти, мышления накладывают определенный

отпечаток на наши знания. Мы «видим» только то, что позволяют нам наши интеллектуальные возможности и, в частности, наш язык. Выразительные же возможности языка не беспредельны, они имеют определенные границы.

5. Методология математики – это учение о логических аспектах математического знания: методах построения математических абстракций, их природе, логическом статусе их «существования», характере логических связей, специфических методах классической математики; это учение о построении формальных систем и возникающих в этой связи вопросах непротиворечивости, категоричности и полноты соответствующих аксиоматик; это, наконец, учение о характере требований к логической структуре математических теорий.

6. Методология математики – это учение о логико-математических языках: семантике этих языков и причинах возникновения семантических парадоксов, специфике первичных понятий и правилах установления определений, экстенсиональном и интенциональном значении имен, платонистской и номиналистической интерпретациях языка, выразительных возможностях различных формализованных языков и соотношении между языком и метаязыком.

7. Методология математики – это также учение о закономерностях и методах математической деятельности. Это учение о закономерностях математического творчества, т.е. учение о методах поиска новых идей, новых теорем и их доказательств. В этом качестве методология математики смыкается с психологией познания и с эвристикой.

Ее цель в этом случае состоит в выяснении норм научного мышления, осмыслении и выделении общих принципов математического познания, а также в выяснении взаимоотношений между эвристическими, эмпирическими и рационально-логическими факторами математической деятельности. Главное – в выделении общих эвристических принципов научной деятельности», способствующих формированию целенаправленной стратегии научного поиска. Методология математики как методология математической деятельности, – это чрезвычайно обширное учение, исследующее не сами знания, а способы их открытия. Закономерности эвристической деятельности требуют специального исследования и в данной книге почти не рассматриваются.

8. К методологии математики иногда относят и методологию обучения математике. […]

4.3.2. Р.Г. Хазанкин. Математическое образование и средняя школа (2000)[43]

(Извлечение)

[…] математическое образование наиболее способствует:

– изучению физики, химии, биологии, экономики, астрономии, информатики и др.;

– развитию порядочности и самостоятельности в здоровой социальной среде;

---

[43] *Хазанкин, Р.Г.* Математическое образование и средняя школа / Р.Г. Хазанкин // Всероссийская конференция «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, сентябрь 2000. – Москва: МЦНМО, 2000. – С. 41–42, 44–45, 48.

– успешному продолжению образования;

– воспитанию профессиональных качеств при овладении любой профессией;

– развитию эстетических чувств (красивый факт, красивая задача или решение, изящное доказательство).

[…] стоит подумать о введении в школьную программу элементов теории графов, в частности, как способа описания сложных структур, воспринимаемых при этом как единое целое. Тем более, что графы являются прекрасной базой для развития алгоритмического мышления, а это способствует и изучению информатики.

Демонстрации различных подходов к решению одной и той же задачи способствует изучение комбинаторики.

Анализу сложных процессов, протекающих в природе и обществе, способствует изучение математической логики.

Естественный вопрос, который при этом возникает: как можно расширять и без того перегруженную школьную программу?

Очевидно, что появление новых ростков на дереве всегда сопровождается отмиранием высохших неплодоносящих ветвей.

На мой взгляд, уже нет никакой необходимости заниматься тригонометрическими изощренностями, трудными задачами с параметрами, изучением искусственных приемов решения уравнений и систем уравнений, сложными задачами на прогрессии, мудреными задачами на выражение одних логарифмов через другие и прочими тупиковыми задачами, являющимися далеко не лучшим образцом так называемой «абитуриентской» математики.

Проблема состоит в том, что в младшей школе дети работают только под руководством учителя, но чем старше школьники, тем все более актуальной становится задача учителя – учить учеников самостоятельности! Ученики всячески провоцируют учителя на исполнение роли няньки, задают многочисленные вопросы, вместо того, чтобы приступить к самостоятельной деятельности. Однако взросление учащихся должно сопровождаться переходом от обучения фактам и их использованию к обучению математической деятельности. Что такое математическая деятельность учителя и учащихся в старшей школе? Это, прежде всего, решение задач, а не упражнений. Их постановка, исследование, отыскание метода, его реализация, анализ результатов, попытка обобщения и т.д. Для интеллектуального роста задачи нужно «крутить»!

Учитель математики просто обязан быть исследователем хотя бы на уровне школьных математических задач, учиться выделять ключевые задачи, ключевые методы и ключевые идеи и вооружать школьника этими задачами, методами и идеями.

[…] Учитель не должен уставать удивляться красоте и мощи математических методов и должен постоянно восхищать этим своих учеников. Да, это трудно, да, на это нужно много душевных сил, причем изо дня в день, но в этом суть учительской профессии и это нужно делать.

Учитель математики должен быть очень терпеливым, потому что нельзя ожидать от учеников мгновенных результатов. Если делается все (в смысле разумной достаточности), делается профессионально и честно, то рано или поздно ученик себя проявит. Нужно терпеливо ждать.

Математика – наука замечательная, в ней нужно замечать. Учитель должен побуждать учеников к поиску истины. Что это значит? Это значит, что на каждом этапе школьного математического образования нужно учить детей наблюдать, сравнивать, замечать закономерности, формулировать гипотезы, учить доказывать или отказываться от гипотезы, если найден контрпример. Важно учить школьников самостоятельно строить определения и их отрицания, показывать, что в математике почти ничего не следует зазубривать – следует понять, научиться применять и тогда все запомнится само собой. Необходимо использовать ошибки, не превращая их во что-то порочное. Ошибки явление неизбежное, нужно учить их находить и не бояться делать их самому. Учитель должен быть не нравоучителем, а советчиком, помощником. Один из важнейших советов, который хороший учитель может дать детям: математике нельзя научить, ей можно только научиться! Учитель этому только способствует.

Здесь мне кажется уместным сформулировать один из принципов обучения школьников, который я называю принципом «четырех СО».

Урок математики – это:

– СОтрудничество,

– СОпереживание,

– СОрадование,

– СОзидание.

[…] школьное математическое образование не может быть оторванным от математической науки. В математике, как ни в какой другой науке, деятельность творческого школьника близка к работе квалифицированного исследователя. Уже семикласснику можно сформулировать некоторые нерешенные проблемы. Важнейшим мостом, по которому современные математические идеи проникают в школьную среду, являются математические олимпиады, турниры, конференции. В их организации и проведении участвуют крупнейшие специалисты, влияние которых трудно переоценить. В предлагаемых задачах напрямую используются современные математические идеи. […]

4.3.3. И.Ф. Шарыгин. От какого «коня» примет смерть российская математика? **(2002)**[44]

(Извлечение)

[…] Пикантность ситуации состоит в том, что в реформаторское крыло входят работники как раз самых консервативных, не изменившихся со сталинских времен ведомств: Министерства образования и Российской

[44] *Шарыгин, И.Ф.* От какого «коня» примет смерть российская математика? / И.Ф. Шарыгин. – Текст: электронный // Журнальный зал: [сайт]. – URL: https://magazines.gorky.media/oz/2002/2/ot-kakogo-konya-primet-smert-rossijskaya-matematika.html (дата обращения: 10.11.2021).

академии образования, в то время как консерваторами почему-то оказались многие крупные деятели науки и техники, чья профессиональная деятельность, по сути, революционна.

В каждом лагере сложилась система аргументов, а точнее утверждений, заявляемых в качестве аксиом, поскольку доказательствами и обоснованиями большею частью пренебрегают. При этом хочу прямо сказать, что особенно этим грешат как раз реформаторы-модернизаторы.

[…] Интеллектуальное развитие и фундаментальность образования – вот основа прикладных умений, которые приобретает человек в результате изучения математики. И проявляются, и проверяются эти умения не на личном огороде или при расчете семейного бюджета, что, кстати, вряд ли умеют делать серьезные математики, и тем более не при ответе на придуманные вопросы, а при решении настоящих технических, экономических, военных и иных проблем, которые ставит общество.

Российская математика сыграла огромную роль в становлении советского государства. Речь идет об индустриализации (30-е годы XX столетия), победе в Великой Отечественной войне, создании ядерного оружия и выходе в космос. Все эти достижения, все эти победы оказались возможными лишь благодаря высокому качеству российского и советского образования, в первую очередь математического. При этом, если индустриализацию делали люди, получившие образование до Октябрьской революции, то выход в космос – это уже достижение советского образования и науки в чистом виде. Российское математическое образование, российская математическая наука очень медленно, постепенно становились советскими. Создается даже впечатление, что они существовали в некоторой изоляции от режима и почти не попадали под идеологический прицел. Один известный математик вспоминал, как удивились прибалтийские коллеги в 1940 году, узнав, что советские школьники изучают математику по учебникам, написанным Киселевым еще при царе. И это, в самом деле, удивительно: в стране изменился строй, а школьные учебники по математике остались прежними.

[…] Школьная математика всегда стояла на трех китах: арифметике (арифметические вычисления), текстовых задачах (арифметические и алгебраические), геометрии. Отказ от традиционного содержания, стремление модернизировать математические программы стали еще одной причиной кризисных явлений в нашем школьном математическом образовании.

Традиционной чертой российского математического образования является принцип доказательности. Очень четко этот принцип соблюден в учебниках по математике. Ни одного не доказанного утверждения, ни одной формулы без вывода. И этим наше математическое образование отличается от американского. (Кстати, недавно американцы вдруг обнаружили, что в сингапурских школьных учебниках не только встречаются, но и доказываются теоремы. Обнаружив это, они настолько удивились, что даже предложили использовать эти учебники при обучении своих школьников.)

Главным вопросом российского математического образования является «почему?», в то время как для американского – «как?».

[…] Идея доказательства, на которой основана вся математическая наука и математическая культура, – одна из самых нравственных и демократических идей. Математически культурными людьми, понимающими, что такое доказательство, невозможно манипулировать. Математика и власть – две вещи несовместные, но разумные властители в трудные моменты нередко прибегали к помощи математиков для решения самых разных проблем. Возможно, неприязнь некоторых демократов и антикоммунистов к математике и математическому образованию (математики оказываются чуть ли не виновными в проводившихся репрессиях) вызвана именно тем, что реальные научно-технические достижения Советского Союза, от которых никак не удается отмахнуться, основывались на высоком уровне математической науки и математического образования советского периода.

По части создания новых форм работы со школьниками советским математикам вообще нет равных в мире. В первую очередь речь идет о внеклассной работе с одаренными детьми. Кружки, математические олимпиады, вечера, конференции, специализированные школы, летние школы и многое другое – всего не перечислишь. Сюда следует добавить многочисленную научно-популярную литературу по математике для школьников.

Интересно, что советская система работы с математически одаренными детьми, созданная бескорыстными энтузиастами и доведенная, как ни странно, до уровня «ноу-хау», оказалась чуть ли не единственным рыночным продуктом российской системы образования (не считая, конечно, ее конечного результата – ученых).

[…] Не спорю, что развившаяся за последнее время конкурсная математика выглядит зачастую не слишком привлекательно и даже уродливо. Но все же не стоит торопиться избавляться от нее и заменять Единым экзаменом, тем более в тестовой форме. Потери могут оказаться значительно больше, чем приобретения.

В начале семидесятых годов по инициативе выдающегося математика А.Н. Колмогорова в Советском Союзе началась реформа математического образования – первая из до сих пор не прекращающейся вереницы реформ. На наш взгляд, эта реформа была недостаточно обоснованной, плохо продуманной и совсем скверно реализованной. По мнению других, большею частью близких к Колмогорову реформаторов, реформа была необходимой и хорошо проведенной. Не буду спорить. Но если мы хотим указать точку отсчета, с которой началась деградация системы математического образования Советского Союза и России, то она приходится примерно на середину семидесятых годов. Забавно также, что период реформирования в системе образования начался с реформирования самого благополучного предмета – математики, и инициировали это сами математики. (Не ведаем, что творим?)

Несколько лет тому назад математики почти вздохнули с облегчением. Показалось, что худшее уже позади и система математического образования начала возрождаться. Но не тут-то было. Начался новый этап реформ, наиболее жестких и решительных, разрушающих сами основы нашего математического образования, но зато хорошо оплачиваемых (целевой кабальный кредит выделил Международный банк).

[…] Свою руку (или что?) к развалу математического образования России приложили и математики, работающие в системе РАО, математический отдел которой давно стал подразделением министерства. Его сотрудники любое министерское предложение воспринимают как команду, министерство же, в свою очередь, неплохо стимулирует их старания.

[…] Сегодня в мире возникло много новых профессий, много новых видов человеческой деятельности и даже наук, возникли новые информационные технологии. Но не существует такого скоростного лифта, который мог бы вознести ребенка или даже молодого человека сразу на верхние этажи здания цивилизации. Такие попытки в образовании, в том числе и математическом, уже делались, и неоднократно, но все они кончались плачевно.

Чем выше здание, тем прочнее должен быть фундамент. Человек, получивший хорошее фундаментальное образование, гораздо быстрее приспособится к условиям современной жизни, сумеет найти в ней свое место, чем тот, кто поверхностно познакомился с многочисленными современными предметами, научился нажимать кнопки сложных приборов, не понимая сути происходящих в них процессов.

Школа становится специализированной, возникают школы различного типа: гуманитарные, физико-математические, биологические, даже музыкально-спортивные и бог знает какие. С одной стороны, это необходимо. Но, с другой, – чрезмерное дробление может привести к полному распаду школы. Уже реальностью становится дифференциация школы по региональному принципу. А это для России не просто опасно, но смертельно опасно. Поэтому для России очень важны стержневые школьные предметы, которые должны противостоять возрастающим центробежным силам. Одним из таких предметов является математика.

Чрезмерная дифференциация на школьном уровне может помешать выпускникам реализовать свои основные общечеловеческие права – право на свободное передвижение, право на выбор профессии.

Кроме того, это в муравейнике можно посредством питания выращивать по заказу солдат или рабочих, производителей или прислугу. Человечество не муравейник. Кем станет человек в будущем, на школьной скамье решить трудно. Даже ставить такую задачу – безнравственно.

И мы вновь приходим к выводу о необходимости усиления именно фундаментальной подготовки выпускников наших школ. И этот принцип фундаментальности выдвигает на первое место именно математическое образование.

Однако наши реформаторы-модернизаторы предлагают значительное сокращение часов на математику, упрощение программ и вполне цинично сообщают нам, что наша школа должна в основном выпускать исполнителей и пользователей. Но именно исполнители и пользователи, нажиматели кнопок, не понимающие сути происходящих процессов, являются основной причиной всех современных технологических катастроф, включая Чернобыль и «Курск». Единственная надежная «защита от дурака» – это не допустить его к работе со сложными техническими объектами, жизненно важными для человека.

[…] Каким должно быть математическое образование в XXI веке? Во-первых, математика – важнейшая наука, созданная нашей цивилизацией и сопровождающая ее на всех этапах развития. Вся современная наука: физика и химия, биология и экономика, лингвистика и социология не только использует математические методы, но и строится по математическим законам. Путь в современную науку и технику, просто в современную жизнь лежит через математику.

Математика – это феномен общечеловеческой культуры. При этом возможности математического образования далеко выходят за границы собственно математических предметов. Математика – это язык, математическое образование может и должно стать средством языкового развития учащихся, научить их коротко и точно формулировать свои мысли. Сегодня это особенно важно. Ведь под угрозой и культура русского языка.

Для нормального развития человеку с момента рождения нужна полноценная интеллектуальная пища. Математика, особенно геометрия, является одним из немногих полноценных, экологически чистых интеллектуальных продуктов, потребляемых в системе образования. Математическое образование может сыграть важную роль в оздоровлении подрастающего поколения. Психическом и даже физиологическом. (Я располагаю достаточно многочисленными фактами, доказывающими этот тезис.) И сегодня, когда в России так велик процент больных детей, сокращать часы на математику, отказываться от оздоровительных возможностей математического образования вдвойне преступно.

Надо только не забывать, что готовить указанный продукт должны хорошие кулинары. В противном случае математика может не только утерять свои питательные и оздоровительные свойства, но и стать ядовитой.

4.3.4. Резолюция Всероссийского Съезда учителей математики (2010)[45]

(Извлечение)

[…] Все участники Съезда объединены идеей консолидации учительского и преподавательского математического сообщества на благо возрождения и развития

[45] Резолюция Всероссийского Съезда учителей математики (2010). Текст: электронный // Съезды учителей и преподавателей математики в МГУ: [сайт]. – URL: http://math-congress-2010.msu.ru/resolution (дата обращения: 10.11.2021).

математического образования и математической науки в России XXI века.

1. Съезд подчеркивает, что математическое образование есть:

– важнейший и необходимый компонент развития личности, представляющий собой не только способ общения и взаимодействия с окружающими, но и основу подготовки к будущей профессии, интеллектуального и творческого развития, понимания законов мироздания;

– стратегический ресурс инновационного развития России, что многократно доказано отечественным и всемирным историческим опытом;

– благо, на которое имеет право каждый человек и которое Российское государство должно гарантировать каждому своему гражданину.

2. Съезд обеспокоен существенным снижением уровня математической подготовки выпускников средней школы, что ставит под удар способность России к воспроизводству высококвалифицированных кадров, ее технологическую и информационную модернизацию, наукоемкое и инновационное экономическое развитие.

3. Съезд подчеркивает, что прямое влияние на снижение качества математического образования оказывают:

– сокращение числа часов, отводимых на изучение математики, особенно в начальной школе;

– совмещение в ЕГЭ итоговой аттестации и вступительного испытания;

– непосредственное использование результатов ЕГЭ при оценке работы учителя, а также недостатки при введении новой системы оплаты его труда.

4. Съезд считает важным:

– повысить государственный статус учителя, включая улучшение условий его труда и повышение заработной платы, модернизацию системы оценки его труда и значительное упрощение системы отчетности, формирование отношения к профессии учителя как к государственной миссии;

– рассматривать математическое образование в средней школе как важнейшую общественную и государственную функцию, которую осуществляет и отдельно взятый учитель, и все педагогическое сообщество в целом, а ответственность за исполнение которой несут государственные органы образования;

– поддерживать и укреплять систему высшего педагогического образования, повышая качество подготовки в педагогических вузах, усиливая в них изучение школьного курса математики и соответствующую методическую подготовку.

5. Съезд считает целесообразным создание постоянно действующей Ассоциации Преподавателей Математики, задачами которой должны стать:

– консолидация учителей и преподавателей математики, создание условий для их профессионального общения и обмена опытом;

– активное участие в разработке и обсуждении стратегических проблем математического образования;

– общественный мониторинг состояния математического образования в целом по стране и на местах.

С этой целью Съезд поручает Организационному комитету сформировать инициативную группу будущей Ассоциации Преподавателей Математики.

6. Съезд считает недопустимым сокращение числа часов, отводимых на изучение математики в школе, – это число, напротив, должно быть увеличено с учетом отечественных традиций и мировых тенденций математического образования.

7. В связи с введением ЕГЭ по математике Съезд:

– выражает озабоченность тем, что перечень реально изучаемых в школах вопросов программы по математике фактически сужается только до вопросов, фигурирующих в заданиях ЕГЭ;

– предлагает отделить в ЕГЭ итоговую аттестацию от вступительных испытаний;

– просит Министерство образования и науки Российской Федерации принять решение об официальной публикации вариантов ЕГЭ прошлых лет;

– считает целесообразным применять дифференцированный подход при проведении ЕГЭ по математике для различных групп выпускников;

– считает нужным создание специальных условий (в том числе с использованием компьютера) для выполнения заданий ЕГЭ лицами с ограниченными возможностями здоровья.

8. Съезд считает необходимым, чтобы при подготовке и утверждении новых образовательных Стандартов:

– была исключена неоправданная поспешность;

– были обеспечены широкая профессиональная экспертиза, общественное обсуждение всех вводимых стандартов и их апробация;

– был четко обозначен и конкретизирован в виде задач минимальный объем необходимых знаний и умений учащихся, учитывающий их реальные возможности.

Съезд отмечает, что введенный в действие образовательный Стандарт начального образования нуждается в существенной доработке.

9. Съезд предлагает:

– провести профессиональное обсуждение содержания школьного математического образования на общенациональном уровне с участием Ассоциации Преподавателей Математики;

– сохранить изучение алгебры, геометрии и информатики как отдельных предметов с отдельными оценками в аттестате;

– сохранить обязательный экзамен по математике в 9-м и 11-м классах, а также восстановить устный экзамен по геометрии;

– законодательно закрепить сохранение возможности углубленного изучения математики в 8–11-х классах, включая его повышенное финансирование.

10. Съезд считает необходимым:

– развитие сложившейся системы работы с одаренными детьми в области математики – движения энтузиастов: ученых, преподавателей вузов, учителей школ, руководителей кружков;

– сохранение духа математических олимпиад как праздников творчества и науки;

– создание системы государственной поддержки работы с одаренными детьми на федеральном уровне;

– обеспечение внимательного подхода к детям с ограниченными возможностями здоровья.

11. При введении новых учебников по математике Съезд считает необходимым:

– проведение их компетентной общественной экспертизы;

– проведение продолжительной и массовой их апробации, предшествующей замене на них грифа «допущен» грифом «рекомендован».

Съезд отмечает большую работу по качественной экспертизе учебников математики, проделанную комиссией Российской академии наук. […]

4.3.5. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (2013)[46]

(Извлечение)

II. Проблемы развития математического образования

В процессе социальных изменений обострились проблемы развития математического образования и науки, которые могут быть объединены в следующие основные группы.

1. Проблемы мотивационного характера

Низкая учебная мотивация школьников и студентов связана с общественной недооценкой значимости математического образования, перегруженностью образовательных программ общего образования, профессионального образования, а также оценочных и методических материалов техническими элементами и устаревшим содержанием, с отсутствием учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся и действительному уровню их подготовки. Все это приводит к несоответствию заданий промежуточной и государственной итоговой аттестации фактическому уровню подготовки значительной части обучающихся.

2. Проблемы содержательного характера

Выбор содержания математического образования на всех уровнях образования продолжает устаревать и остается

---

[46] Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. – Текст: электронный // Правительство России: [сайт]. – URL: http://static.government.ru/media/files/41d4b63b1dd474c16d7a.pdf (дата обращения: 10.11.2021).

формальным и оторванным от жизни, нарушена его преемственность между уровнями образования. Потребности будущих специалистов в математических знаниях и методах учитываются недостаточно. Фактическое отсутствие различий в учебных программах, оценочных и методических материалах, в требованиях промежуточной и государственной итоговой аттестации для разных групп учащихся приводит к низкой эффективности учебного процесса, подмене обучения «натаскиванием» на экзамен, игнорированию действительных способностей и особенностей подготовки учащихся. Математическое образование в образовательных организациях высшего образования оторвано от современной науки и практики, его уровень падает, что обусловлено отсутствием механизма своевременного обновления содержания математического образования, недостаточной интегрированностью российской науки в мировую.

3. Кадровые проблемы

В Российской Федерации не хватает учителей и преподавателей образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся. Сложившаяся система подготовки, профессиональной переподготовки и повышения квалификации педагогических работников не отвечает современным нуждам. Выпускники образовательных организаций высшего образования педагогической направленности в своем большинстве не отвечают квалификационным требованиям, профессиональным стандартам, имеют мало опыта педагогической деятельности и опыта применения педагогических знаний. Подготовка, получаемая подавляющим большинством студентов по направлениям математических и педагогических специальностей, не способствует ни интеллектуальному росту, ни требованиям педагогической деятельности в общеобразовательных организациях. Преподаватели образовательных организаций высшего образования в большинстве своем оторваны как от современных направлений математических исследований, включая прикладные, так и от применений математики в научных исследованиях и прикладных разработках своей образовательной организации высшего образования. Система дополнительного профессионального образования преподавателей недостаточно эффективна и зачастую просто формальна в части совершенствования математического образования.

III. Цели и задачи Концепции

Цель настоящей Концепции – вывести российское математическое образование на лидирующее положение в мире. Математика в России должна стать передовой и привлекательной областью знания и деятельности, получение математических знаний – осознанным и внутренне мотивированным процессом.

Изучение и преподавание математики, с одной стороны, обеспечивают готовность учащихся к применению математики в других областях, с другой стороны, имеют системообразующую функцию, существенно влияют на интеллектуальную готовность школьников и студентов к обучению, а также на содержание и преподавание других предметов.

Задачами развития математического образования в Российской Федерации являются:

– модернизация содержания учебных программ математического образования на всех уровнях (с обеспечением их преемственности), исходя из потребностей обучающихся и потребностей общества во всеобщей математической грамотности, в специалистах различного профиля и уровня математической подготовки, в высоких достижениях науки и практики;

– обеспечение отсутствия пробелов в базовых знаниях для каждого обучающегося, формирование у участников образовательных отношений установки «нет неспособных к математике детей», обеспечение уверенности в честной и адекватной задачам образования государственной итоговой аттестации, предоставление учителям инструментов диагностики (в том числе автоматизированной) и преодоления индивидуальных трудностей;

– обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации учебных программ математического образования, в том числе в электронном формате, инструментов деятельности обучающихся и педагогов, применение современных технологий образовательного процесса;

– повышение качества работы преподавателей математики (от педагогических работников общеобразовательных организаций до научно-педагогических работников образовательных организаций высшего образования), усиление механизмов их материальной и социальной поддержки, обеспечение им возможности обращаться к лучшим образцам российского и мирового математического образования, достижениям педагогической науки и современным образовательным технологиям, создание и реализация ими собственных педагогических подходов и авторских программ;

– поддержка лидеров математического образования (организаций и отдельных педагогов и ученых, а также структур, формирующихся вокруг лидеров), выявление новых активных лидеров;

– обеспечение обучающимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся математические способности, всех условий для развития и применения этих способностей;

– популяризация математических знаний и математического образования.

4.3.6. С.К. Смирнов. Вопрос, как высоко ты ставишь планку (2015)[47]

(Извлечение)

[…] Мама была инженером, потом работала программистом. Папа был физиком-экспериментатором. Оба имели математические способности, и в этом смысле, думаю, я много взял от родителей. Психологически, эмоционально я, конечно, мамин сын, у меня характер весь в нее – серьезный и немножко упрямый.

Не очень помню себя в раннем возрасте – у меня довольно плохая память. Лев Толстой писал, что помнит, как его пеленали, а я с трудом вспоминаю начальную школу. Может, поэтому я и стал математиком: в математике можно многое не запоминать – все выводится из первичных принципов, если подумать, конечно. В отличие от, скажем, химии или медицины, где надо много заучивать.

[…] Меняется общество, меняются его образовательные потребности. Теперь у всех есть калькуляторы, и возникает вопрос: нужно ли учить детей считать? Да, ведь устный счет все равно пригодится, и он закладывает навыки для дальнейшего изучения алгебры. А главное – это гимнастика для ума – приседания на зарядке полезны, в том числе и тем, кому не приходится приседать на работе.

Так что сложности со школьным образованием есть в большинстве стран. Например, с одной стороны,

---

[47] Смирнов, С. Вопрос, как высоко ты ставишь планку / С. Смирнов. – Текст: электронный // Коммерсант: [сайт]. – URL: https://www.kommersant.ru/doc/2697852 (дата обращения: 10.11.2021).

все больше людей получает высшее образование, с другой – все больше учеников подходят к концу школы, не освоив программу. Мы их учим логарифмам, а они не научились по-хорошему дроби складывать. Конечно, эти проблемы пытаются решить, но это дело не одного года. В России я был членом рабочей группы по новой концепции математического образования. Почему обсуждение изменений в образовательной системе решили начать именно с математики? Еще древние греки считали, что искусство мыслить и рассуждать лучше всего тренируется математикой, поскольку в ней есть черное или белое, доказано или не доказано – правильность рассуждения всегда можно проверить. Именно поэтому математика проходит через всю школьную программу как несущий стержень, наряду с родным языком и литературой. И цель математики как школьного предмета за 2 тысячи лет не изменилась. Должно меняться то, что делают на уроках и как именно делают. Главным в этом процессе я бы назвал решение задач, развитие творческих способностей и, конечно, индивидуализацию образования. В России, кстати, есть неплохой задел – наша система внешкольной работы с одаренными детьми во многом уникальна, такого опыта кружковой работы не было нигде в мире. Так что традиция эта существует.

Если же говорить про российские школы в целом, то по моему ощущению у нас процент хороших школ не меньше, чем в других странах. Но да, есть много плохих, и с этим надо работать. Я сказал бы, что основная проблема нашего образования – с вузами. Университетская система за последние 25 лет по многим параметрам отстала, многие ученые уехали или ушли в бизнес, образовалась поколенческая дырка. Но, работая в СПбГУ, я настроен довольно оптимистично. Нынешние студенты – более активные и такие... смотрящие вперед. Думаю, пройдет лет 10, и ситуация улучшится. Только надо вернуть престиж науки в обществе, создавать конкурентоспособные условия для ученых и преподавателей, долгосрочную перспективу.

[…] Мне в моей работе нравятся два аспекта. Первый – преподавание: приятно учить и приятно, когда твои ученики достигают большего, чем ты сам. Второй – научная работа: удовлетворение любознательности, когда пытаешься решить задачу, еще никем не решенную. И совершенно замечательное чувство, когда ты думал-думал, работал три года и вдруг понимаешь – все составляющие есть, нужно только вставить один кусочек пазла и все вмиг складывается! Конечно, потом часто приходится месяцами записывать доказательство на много страниц. Но очень приятен этот момент озарения, когда находишь скрытую гармонию. И приятно потом с другими это обсуждать, не то чтобы хвастаться, а просто: «Вот смотрите, как интересно все устроено». Таким я и представляю успех: делать открытия, доказывать теоремы, хорошо преподавать. А премия – внешний признак, формальный. Я и без нее науку люблю. […]

4.3.7. А.Л. Семёнов. Учим учиться и учить (2016)[48]

(Извлечение)

Популярность педагогического образования в России в последние годы растет. Ключевая причина – рост престижности профессии учителя в обществе. Работа педагогов впервые за долгие годы стала достойно оплачиваться, и в педагогические вузы, на педагогические программы классических университетов пошли сильные абитуриенты, причем не ради диплома, а ради того, чтобы работать в школе. В самом педагогическом образовании идут масштабные процессы серьезного повышения качества.

Рост популярности профессии хорошо иллюстрирует ежегодный мониторинг приема в вузы: отчетливо виден рост среднего балла по педагогическим направлениям подготовки. И еще хорошая иллюстрация – отсутствие учительских вакансий во многих регионах. На освободившееся место учителя, как правило, претендуют несколько человек, и директора школ имеют возможность выбирать лучших.

Все эти факторы обуславливают реалистичность предъявления более высоких требований к молодому специалисту, который приходит на работу в школу, и к вузам, которые таких специалистов выпускают. Это прочное знание школьного предмета и способность выходить за его

---

[48] *Семёнов, А.Л.* Учим учиться и учить / А.Л. Семенов // Российская газета. – 15 ноября 2016. – С. 5.

пределы, владение методикой обучения, индивидуальным подходом к каждому ребенку в условиях массовой школы, способность все время учиться самому, общая культура. Учитель должен быть примером для ребенка во всем, будь то культурная и гражданская идентичность или умение строить отношения с другими людьми.

Что все это означает для педагогического университета? Как должна строиться его работа и работа каждого конкретного преподавателя? Какие факторы лежат в основе возрождения педагогического образования? Укажу несколько принципов, на основе которых ведется образовательный процесс в Московском педагогическом государственном университете. Многие из них реализуются в десятках вузов страны.

Прежде всего это сотрудничество университета со школой: сердцевиной подготовки учителя становится практика. В школе студент решает задачи, которые ставит перед ним профессор, а к профессору он возвращается с проблемами, которые поставила перед ним школа: конкретный ребенок, родитель, учитель. Сегодня на эти вопросы бывает не так-то легко отвечать и учителю-профессионалу, и профессору вуза. Сегодняшняя школа сама не всегда может ответить на вызовы, обращенные к ней обществом. Профессор, учитель и студент вместе строят новую школу.

Педагогический университет готовит школьного учителя, который должен виртуозно владеть школьной программой. Выпускники должны на пять с плюсом знать то, чему будут учить в школах. Это выглядит очевидным, но в последние десятилетия педагогический вуз часто рассматривался как ухудшенный вариант классического университета, где упрощают университетские курсы. Нельзя ограничивать способного студента только школьным материалом. Он должен знать больше, чтобы увлечь своих учеников предметом, дать толчок к дальнейшему образованию и будущей профессии, помочь подготовиться к олимпиадам и конкурсам. Методология предметной области и методика обучения предмету осваиваются параллельно с предметным содержанием и практической работой в школе. Уже упомянули практику. Психолого-педагогический компонент содержания программ выстраивается с опорой на практику, за счет этого формируется целостное представление студента о ребенке, процессе его учения и взросления, формирования личности. Наконец, общекультурный компонент высшего образования, предусмотренный федеральным стандартом (например, изучение иностранного языка и, что более важно, развитие квалифицированного владения русским), основы духовно-нравственной культуры совершенно необходимы будущему учителю.

Сегодня в вуз стоит очередь директоров лучших школ, желающих получить лучшего выпускника.

Подготовка педагога невозможна без исследований и творчества, которые становятся важнейшими элементами жизни каждого человека и его общего образования. Будущий учитель физики включается в исследовательский проект по физике, историк едет в археологическую экспедицию и так далее.

Образовательный процесс в университете, критерии его успешности, его экономика ориентированы на результат для студента, а не на затраты времени профессора. При этом необходим постоянный анализ хода обучения, итоговая оценка за курс суммирует все достижения студента, и экзамен - лишь одно из них. Учеба – это постоянное взаимодействие студентов не только с преподавателями, но и друг с другом: студенты старших курсов участвуют в обучении первокурсников. […] Время каждого студента в университете должно расходоваться эффективно. Он должен уметь планировать свою самостоятельную работу, знать свои сильные стороны и ограничения.

В основе современной педагогики лежит фундаментальная наука – когнитивные исследования. Это прежде всего элементы культурно-исторической теории Льва Выготского […]. Особенно важно понятие зоны ближайшего развития ребенка, анализ влияния межличностного взаимодействия на процесс учения, изменений в психических процессах, диктуемых развитием информационно-коммуникационных технологий.

Неотъемлемой частью образования является воспитание. Студенты участвуют в управлении университетом и в самоуправлении, включены в общественную жизнь и во взаимодействие с важнейшими сообществами, будь то Российское движение школьников или традиционные религиозные конфессии.

Еще один принцип педагогического образования – погружение в информационную среду, позволяющую не просто учиться на расстоянии, но и фиксировать, анализировать все, что происходит в образовательном процессе. В частности, на практику в школу приходят два студента – один работает с детьми, а другой записывает на видеокамеру то, что происходит, потом они меняются ролями. Записи занятий размещаются в закрытом разделе информационной среды и обсуждаются с преподавателем. Там же размещаются и все видеозаписи лекций, все выполненные студентами задания, в том числе и на практике, отзывы на них и т.д. Благодаря современным информационным технологиям школа и вуз сегодня могут и должны быть прозрачны.

Далеко не все выпускники педагогического образования получат работу учителя – сегодня там есть места только для лучших. И школы, и регионы имеют возможность заказывать себе подготовку таких специалистов. Именно лучшие получат рекомендацию от педагогического университета, к которой прилагается цифровой портфолио, включающий избранные видеозаписи практической работы студента. Посмотрев эти видеозаписи, директор школы сразу поймет, хорошо ли выпускник умеет работать с детьми. Учебные работы самого студента, образцы его взаимодействия с преподавателями дадут директору представление о предметной подготовке выпускника. И сегодня в вуз стоит очередь директоров лучших школ, желающих получить действительно лучшего выпускника, хотя формально вакансий в школе нет. Зарплата хорошего молодого учителя уже выше средней по региону, в таких областях, как Ленинградская, Калининградская и другие, он получает жилье.

Те, кто учился хуже, чей портфолио не производит яркого впечатления, могут работать и на других должностях, в том числе в системе образования. Но они получают образование, как правило, даже более полезное в самых разных видах деятельности, чем в инженерном вузе или классическом университете, выпускники которых также далеко не всегда получают работу по узко понимаемой специальности. Мы видим свою задачу в том, чтобы не только дать студентам ремесло в руки, то есть научить учить, но и в наибольшей степени подготовить их к жизни в современном обществе, научить учиться, воспитать патриотами своей страны, сделать все возможное, чтобы они добились успеха в жизни.

Современная модель подготовки педагога возникла не на пустом месте, она является продолжением лучших традиций российского и советского педагогического образования. Сегодня учителя, например, химии и биологии, русского языка и литературы, готовят пять лет, как это было и пятьдесят лет назад. Но при этом используются все дополнительные возможности для повышения качества, которые дают нам современные технологии. Более того, работающий учитель может поступить в магистратуру, где он достигает, например, принципиально нового уровня подготовки для работы с теми или иными особыми категориями детей. Те же технологии сегодня открывают и принципиально новые возможности для снижения нагрузки преподавателей, повышения оплаты их труда и эффективности работы. Это становится возможным, в частности, за счет использования открытых образовательных ресурсов. Все больше выпускников МГУ и других классических университетов также приходит в школы.

Разумеется, решены еще не все проблемы. Сложнейшая из них – кадровая. Труднейшие для общеобразовательного и педагогического образования десятилетия не прошли бесследно. Но изменения начались и идут, от порочного круга упадка мы перешли к спирали возрождения: лучше учим будущих учителей, лучшие выпускники идут в школы, чтобы готовить лучших абитуриентов для системы педагогического образования, а в вузы приходят молодые талантливые преподаватели.

4.3.8. И.П. Костенко. Общего математического образования в России больше нет (2018)[49]

(Извлечение)

[…] 1. Факты. Выпускники общеобразовательных школ в основной массе не умеют производить операции с числами, не могут решить квадратное уравнение и, тем более, систему уравнений, абсолютно не знают геометрию

[49] *Костенко, И.П.* Общего математического образования в России больше нет (2018) / И.П. Костенко. – Текст: электронный // Съезды учителей и преподавателей математики в МГУ: [сайт]. – URL: http://math-conf.msu.ru/netcat_files/userfiles/conf_2018/Theses/1%20-%20015%20-%20Костенко%20-%20Общего%20математического%20образования%20в%20России%20больше%20нет.pdf (дата обращения: 10.11.2021).

и тригонометрию, не в состоянии решить простую текстовую задачу…

2. Выводы. Разрушен фундамент математического образования – арифметика. Атрофирована способность детей понимать математику и мыслить. Сформировано отвращение детей к математике (особенно, к геометрии) и вообще к учёбе.

3. Причины заключены в реформе 1970–1978 гг., которая подменила педагогическое изложение математических предметов псевдонаучным, формализованным, выхолощенным от смыслов и дико перегрузила программы непосильной для детей высшей математикой. Программы и учебники по сей день сохраняют этот антипедагогический, непонимаемый стиль изложения.

4. Путь возрождения – возврат к ТРАДИЦИИ, к КЛАССИКЕ. Должны быть возвращены детям программы, построенные на принципах фундаментальности, неперегруженности, посильности. В частности, надо удалить из программ всю высшую математику, включая элементы теории вероятностей, добавленные в новое время. Возвратить единые понятные учебники, прежде всего, учебники А.П. Киселёва. Из университетов должна быть изъята задача подготовки учителей и передана в пединституты, задача которых – восстановление педагогической и методической культуры русской-советской школы.

4.4. Темы для рефератов/докладов

1. Современные отечественные учебники математики.

2. Дискуссии о развитии математического образования в современной России.

3. Современные учебно-методические издания по преподаванию математики.

4. Методический опыт преподавания математики в ресурсах Интернета.

4.5. Задания для самостоятельной работы

1. Выберите правильный вариант ответа:

Педагогическое взаимодействие –

а) разновидность профессиональной деятельности, направленная на передачу социокультурного опыта посредством обучения и воспитания;

б) преднамеренный контакт (разной продолжительности по времени) педагогов и воспитанников, результатом которого являются взаимные изменения в поведении, деятельности и отношениях;

в) научное проектирование и точное воспроизведение гарантирующих успех педагогических действий;

г) это педагогическая цель, наложенная на конкретную образовательную ситуацию, поставленная на этапе подготовки педагогического процесса.

(1 балл)

2. Выберите правильный вариант ответа:

Педагогическая технология –

а) разновидность профессиональной деятельности, направленная на передачу социокультурного опыта посредством обучения и воспитания;

б) преднамеренный контакт (разной продолжительности по времени) педагогов и воспитанников, результатом которого являются взаимные изменения в поведении, деятельности и отношениях;

в) научное проектирование и точное воспроизведение гарантирующих успех педагогических действий;

г) это педагогическая цель, наложенная на конкретную образовательную ситуацию, поставленная на этапе подготовки педагогического процесса.

(1 балл)

3. М.А. Гаврилова полагает, что профессиональная компетентность означает обладание совокупностью профессионально-значимых компетенций. По ее мнению, структура профессиональных компетенций учителя математики выглядит следующим образом (рис. 4.1)[50]:

Разделяете ли вы данную точку зрения? Обоснуйте свой ответ.

(3 балла)

---

[50] *Гаврилова, М.А.* Система формирования методической компетентности учителей математики / М.А. Гаврилова // Наука и школа. – 2010. – № 5. – С. 35–38.

Профессиональные компетенции		
⇳		⇳
Общепедагогические компетенции	⇔	Специальные компетенции
– общенаучные – ценностно-мотивационные – социальные	⇔ ⇔ ⇔	– предметные (математические) – методические

Рис. 4.1. – Структура профессиональных компетенций учителя математики (по М.А. Гавриловой)

4. Заполните табл. 4.1:

Таблица 4.1. – **Проект «Математическая вертикаль»**

№	**Программы**	**Годы**	**Краткая характеристика**

(5 баллов)

5. Посмотрите интервью С.Е. Рукшина журналисту Н.Н. Солодовникову[51]. Прокомментируйте размышления народного учителя Российской Федерации о «продаваемости» математических теорий, о «трех китах» российского образования, об учителях и родителях, о судьбах своих учеников.

(5 баллов)

[51] Российская школа и ее гении [Видеозапись] // Youtube: [сайт]. – URL:https://www.youtube.com/watch?v=P6Bl9yBgfB4 (дата обращения: 10.11.2021).

6. Охарактеризуйте основные направления научных исследований Лаборатории развития цифровой образовательной среды Российской академии образования.

(4 балла)

7. Выберите неправильный ответ на вопрос: Какие факторы, по мнению И.Ф. Шарыгина, необходимы для успешного решения геометрических задач?

Выберите один ответ:

1) Некоторый запас опорных задач, который позволяет осуществить переход от теоретического материала к задачному.

2) Оперирование методом решения.

3) Умение правильно и быстро производить чертеж к задаче.

4) Умение правильно прочитать задачу.

(1 балл)

8. Какой из ключевых вопросов современной методики преподавания алгебры в средней (полной) школе является сегодня максимально актуальным?

Выберите один ответ:

1) Что преподавать?

2) Кому преподавать?

3) Зачем преподавать?

4) Как преподавать?

(1 балл)

9. Назовите условия создания эффективной методики обучения математике в средней (полной) школе.

Выберите один ответ:

1) Необходимо привлекать ученых для преподавания математики в средней (полной) школе.

2) Необходимо использовать различные приемы, различные пути обучения по отношению к ученикам, обладающим разною степенью развития способностей.

3) Необходимо повышать требования к содержанию математического образования.

4) Необходимо как можно сильнее упрощать содержание математического курса для непрофильных классов.

(1 балл)

10. Среди нижеперечисленных вариантов ответа выберите тот, который не называет основные направления курса алгебры в средней (полной) школе.

Выберите один ответ:

1) Тождественные преобразования тригонометрических, показательных, логарифмических выражений и их применение к решению соответствующих уравнений и неравенств.

2) Систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств – от натуральных до комплексных – как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики.

3) Изучение тригонометрических, показательной и логарифмической функций и их свойств.

4) Овладение навыками счета, устных и письменных вычислений основных математических действий.

5) Развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире.

(1 балл)

11. Среди нижеприведенных вариантов ответа выберите тот, который называет различия в изучении геометрии в основной и средней (полной) школе.

Выберите один ответ:

1) В 10–11 классах, в отличие от основной школы, дети начинают изучать доказательство теорем.

2) В 10–11 классах, в отличие от основной школы, дети знакомятся с векторами и геометрическими построениями.

3) В 10–11 классе, в отличие от основной школы, системно изучается стереометрия.

4) В 10–11 классе, в отличие от основной школы, системно изучается планиметрия.

(1 балл)

12. Среди нижеприведенных вариантов ответа выберите тот, который <u>не называет</u> различия в изучении алгебры в основной и средней (полной) школе.

Выберите один ответ:

1) В 10–11 классах, в отличие от основной школы, учащиеся знакомятся с комплексными числами.

2) В 10–11 классах, в отличие от основной школы, изучаются иррациональные числа.

3) В 10–11 классах, в отличие от основной школы, широко практикуется профильная и уровневая дифференциация математического образования.

4) В 10–11 классе, в отличие от основной школы, системно изучаются начала математического анализа.

(1 балл)

13. Что такое пространственные представления, формирующиеся при изучении геометрии в 10–11 классах школы?

Выберите один или несколько ответов:

1) Это представления о величине, форме, относительном расположении объектов, их поступательном и вращательном движении и т.п.

2) Это представления о свойствах и отношениях, связанных с пространственными и временными характеристиками.

3) Это представления о пространстве и пропорциях заполнения этого пространства.

4) Это представления о геометрических фигурах и их свойствах.

(1 балл)

14. Федеральный закон № 273 «Об образовании в Российской Федерации» определяет термин «образование» как:

1) деятельность по реализации основных и дополнительных образовательных программ;

2) единый целенаправленный процесс воспитания и обучения, являющийся общественно значимым благом и осуществляемый в интересах человека, семьи, общества и государства, а также совокупность приобретаемых знаний, умений, навыков, ценностных установок, опыта деятельности и компетенции определенных объема и сложности в целях интеллектуального, духовно-нравственного, творческого, физического и (или) профессионального развития человека, удовлетворения его образовательных потребностей и интересов;

3) деятельность, направленную на развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации обучающегося на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства;

4) целенаправленный процесс организации деятельности обучающихся по овладению знаниями, умениями, навыками и компетенцией, приобретению опыта деятельности, развитию способностей, приобретению опыта применения знаний в повседневной жизни и формированию у обучающихся мотивации получения образования в течение всей жизни.

(1 балл)

15. Основой обучения критическому мышлению являются три фазы:

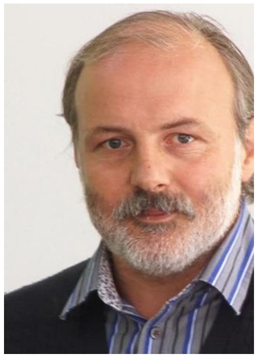
1) Обучение, воспитание, развитие.
2) Преподавание, учение, деятельность.
3) Вызов, осмысление, размышление.
4) Определение, активизация, закрепление.

(1 балл)

16. Кратко охарактеризуйте вклад следующих деятелей в развитие современного отечественного математического образования:


В.А. Далингер


С.К. Смирнов


И.В. Ященко

(5 баллов)

17. Ознакомьтесь с публикациями периодических математических изданий Южного Урала и составьте аннотированный список статей по теме своей курсовой работы.

(5 баллов)

18. Посмотрите фильм «Розыгрыш» (режиссер В.В. Меньшов, 1976). Насколько актуальны сегодня проблемы, поднимаемые в этой кинокартине? Как вы оцениваете решение, принятое учительницей математики, и поведение старшеклассников?

(5 баллов)

19. На основе анализа имеющегося у вас педагогического опыта составьте перечень качеств, которые должны быть присущи учителю математики, и после этого соотнесите их с самохарактеристикой. Насколько значительны расхождения между желаемым и действительным?

По итогам размышлений напишите эссе на тему «Я – учитель математики».

(5 баллов)

20. Основными задачами математического образования можно считать:

1) познавательные, развивающие, практические;
2) развивающие, воспитательные, познавательные;
3) познавательные, практические, воспитательные;
4) развивающие, теоретические, воспитательные.

(1 балл)

Список рекомендуемой литературы

Источники

1. *Башмаков, М.И.* Математика: учебник / М.И. Башмаков. – 2-е изд., стер. – Москва: КНОРУС, 2017. – 394 с. – ISBN 978-5-406-05861-9. – Текст: непосредственный.
2. *Жафяров, А.Ж.* Дидактическое обеспечение работы учителей с детьми, одаренными в области математики (планиметрия): монография / А.Ж. Жафяров. – 2-е изд. – Новосибирск: НГПУ, 2014. – 203, [1] с.: ил., табл. – ISBN 978-5-00023-705-2. – Текст: непосредственный.
3. *Ященко, И.В.* Приглашение на Математический праздник / И.В. Ященко. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: МЦНМО, 2009. – 140 с. – ISBN 978-5-94057-364-7. – Текст: непосредственный.

Основная литература

4. *Далингер, В.А.* Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учебник для вузов / В.А. Далингер, С.Д. Симонженков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 340 с. – ISBN 978-5-534-09596-8. – Текст: непосредственный.
5. *Капкаева, Л.С.* Теория и методика обучения математике: частная методика: в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для вузов / Л.С. Капкаева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 191 с. – ISBN 978-5-534-04941-1. – Текст: непосредственный.

6. *Ларин, С.В.* Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде Geogebra: учебное пособие для вузов / С.В. Ларин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2021. – 233 с. – ISBN 978-5-534-08929-5. – Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

7. *Гаврилова, М.А.* Формирование профессиональной компетентности учителей математики: монография / М.А. Гаврилова. – Пенза: Изд-во ПГПУ им. В.Г. Белинского, 2008. – 131 с.: ил., табл. – ISBN 978-5-94321-145-4. – Текст: непосредственный.
8. *Егупова, М.В.* Практические приложения математики в школе: учебное пособие для педагогических вузов / М.В. Егупова. – Москва: Прометей, 2015. – 246 с.: ил. – ISBN 978-5-9906264-5-4. – Текст: непосредственный.
9. *Подуфалов, Н.Д.* О развитии методологии школьного математического образования / Н.Д. Подуфалов // Педагогика. – 2019. – Т. 83. – № 5. – С. 5–17. – Текст: непосредственный.
10. Роль естественно-математических и технологических предметов в формировании профессиональных знаний: материалы заочной межрегиональной научно-практической конференции. – Челябинск: ЧИППКРО, 2017. – 299 с. – ISBN 978-5-503-00302-4. – Текст: непосредственный.
11. *Сячина, Е.И.* Задачи теории узлов как средство развития пространственного мышления школьников /

Е.И. Сячина // Актуальные проблемы современного образования. – 2018. – № 1 (24). – С. 245–251. – Текст: непосредственный.
12. Теория и методика обучения математике: общая методика: учеб. пособие / Е.А. Суховиенко, З.П. Самигуллина, С.А. Севостьянова, Е.Н. Эрентраут. – Челябинск: Образование, 2010. − 65 с. – Текст: непосредственный.
13. *Хижняк, А.В.* Особенности преподавания математики в школе с применением технологии глубокого машинного обучения / А.В. Хижняк // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2019. – № 2 (14). – С. 91–100. – Текст: непосредственный.
14. *Чекулаева, М.Е.* Модель управления проектной деятельностью учащихся по составлению прикладных математических задач / М.Е. Чекулаева, Н.В. Сидорова // Преподаватель XXI век. – 2019. – № 4–1. – С. 140–151. – Текст: непосредственный.
15. *Чернышова, Е.В.* Формирование учебной мотивации с помощью метода проектов / Е.В. Чернышова, А.Е. Писарев // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2017. – Т. 5. – № 7–2 (33–2). – С. 325–330. – Текст: непосредственный.

Видеоматериалы

16. *Андреев, Н.Н.* Математическая составляющая [Видеозапись] / А.И. Осипов // Vk.com: [сайт]. – URL: https://

vk.com/video-174958021_456239144 (дата обращения: 10.11.2021).
17. Математическое моделирование [Видеозапись] // ПостНаука: [сайт]. – URL: https://postnauka.ru/courses/84608 (дата обращения: 10.11.2021).
18. *Морозов, А.В.* Плюсы и минусы цифровой образовательной среды [Видеозапись] / А.В. Морозов // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=gjGx5xQup2Y (дата обращения: 10.11.2021).
19. Организация методической работы в школе [Видеозапись] // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=XZhLlfBK2jQ&list=PL9swc4LsE4XDYOvEdNAhKrsi2gdEOIG5i&index=2 (дата обращения: 10.11.2021).
20. *Шилинг, Г.С.* Современные подходы в преподавании математики и физики [Видеозапись] / Г.С. Шилинг // Youtube: [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/watch?v=3X7LRUod03U&list=PLqwo6zbNj50DTFFyZcTtCYDSVO6BcEym1&index=81 (дата обращения: 10.11.2021).

Аудиоматериалы

21. *Зорич, В.А.* Математический анализ [Аудиозапись] / В.А. Зорич // Hitplayer.ru: [сайт]. – URL: https:// stand.hitplayer.ru/?s=математический%20анализ&p=3 (дата обращения: 10.11.2021).

Справочная литература

22. Словарь по теории и методике обучения математике / [авт.-сост. Сенькина Г.Е. и др.]. – Смоленск: Универсум, 2008. – 371 с. – ISBN 978-5-91412-038-9. – Текст: непосредственный.
23. Педагогический энциклопедический словарь / гл. ред. Б.М. Бим-Бад. – Москва: Большая Рос. энциклопедия, 2002. – 527 с.: ил. – ISBN 5-85270-230-7. – Текст: непосредственный.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

24. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Вычислительная математика и информатика» [сайт]. – URL: https://vestnik.susu.ru/cmi (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
25. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика» [сайт]. – URL: https://vestnik.susu.ru/mmph/index (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
26. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование» [сайт]. – URL: https://mmp.susu.ru/page/ru/greet (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
27. Математика и фокусы: Петр Земсков [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/c/Математикаифокусы69/

featured (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
28. Маткультпривет: Алексей Савватеев и К° [сайт]. – URL: https://www.youtube.com/c/Маткультпривет (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
29. Министерство образования и науки Челябинской области [сайт]. – URL: https://minobr74.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
30. Российская электронная школа [сайт]. – URL: https://resh.edu.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
31. Сириус. Образовательный центр [сайт]. – URL: https://sochisirius.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
32. Центр педагогического мастерства [сайт]. – URL: https://cpm.dogm.mos.ru (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.
33. Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет [сайт]. – URL: https://www.cspu.ru (дата обращения: 10.11.2021).
34. Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal [сайт]. – URL: http://cpmj.csu.ru/index.php/cpmj/index (дата обращения: 10.11.2021). – Текст: электронный.

Учебное издание

Шульгина Татьяна Александровна
Левченко Илья Евгеньевич

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В РОССИИ
Учебно-методическое пособие

ISBN 978-5-907611-76-4

Работа рекомендована РИС ЮУрГГПУ
Протокол № 27 от 2022 г.

Издательство ЮУрГГПУ
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69

Редактор Е.М. Сапегина
Технический редактор А.Г. Петрова

Подписано в печать 09.12.2022 г.
Формат 60×84/16
Объем 7,9 уч.-изд. л. (15,3 усл. п. л.)
Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии
Южно-Уральского гуманитарно-педагогического университета
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 69