МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЮУрГГПУ»)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ИНФОРМАТИКИ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах

Выпускная квалификационная работа по направлению

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность программы бакалавриата
«Математика. Информатика»

Форма обучения очная

Проверка на объем заимствований:
73,28 % авторского текста

Работа рекомендована к защите
рекомендована/не рекомендована
«05» апреля 2023 г.

зав. кафедрой математики и МОМ
________________Звягин К.А.

Выполнила:
Студентка группы
ОФ-513/204-5-1
Гребенщикова Виктория Александровна

Научный руководитель:
к.п.н., доцент кафедры МиМОМ
Севостьянова Светлана Анатольевна

Челябинск

2023

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных форм обучения является групповая деятельность, которая сегодня широко используется педагогами в разных странах. Особое внимание к данной форме обусловлено тем, что существенным фактором развития обучающихся является взаимодействие самих учеников. Групповая форма организации учебного процесса строится на сотрудничестве и взаимопомощи учащихся, раскрывает их индивидуальные особенности, обеспечивает развитие индивидуальных свойств личности.

Единый государственный экзамен (далее – ЕГЭ) представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего (полного) общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов), выполнение которых позволяет установить уровень освоения ими федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Каждый год с трудностями при подготовке к ЕГЭ по математике сталкиваются многие школьники и их родители. Один из волнующих вопросов заключается в том, какой способ подготовки является наиболее эффективным. Ведь их существует немалое количество: от индивидуальной подготовки с репетитором до групповых занятий, проводимых школами и университетами.

Одним из зарекомендовавших себя способов подготовки к ЕГЭ по математике является подготовка в малых группах (3-4 человека).

Цель моего исследования: разработать методику подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах.

Объект исследования: процесс обучения математике.

Предмет исследования: методика подготовки к итоговой аттестации по математике в малых группах.

Гипотеза исследования: методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах будет эффективной, если обеспечить индивидуальный подход к обучающимся, организовать их совместную познавательную деятельность и обеспечить систематический контроль и самоконтроль их учебных достижений.

Задачи исследования.

1. Рассмотреть понятие «малая группа в образовательном процессе» в методической литературе.
2. Провести сравнение и выявить особенности групповых и индивидуальных занятий.
3. Проанализировать методику подготовки к экзаменам в малых группах.
4. Разработать планирование подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах.
5. Разработать систему практических заданий для организации занятий в малых группах.
6. Разработать методику проведения уроков по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах с учетом индивидуального подхода к обучающимся, организацией их совместной познавательной деятельности и обеспечения систематического контроля и самоконтроля их учебных достижений.

При написании работы использовались различные источники: учебные материалы, научные труда, статьи специализированных периодических изданий, ресурсы Интернет.

При работе над темой был использован метод теоретического анализа педагогических, научных и методических источников по проблеме исследования, а также метод эмпирического анализа.

Работа состоит из введения, двух глав, списка литературы и приложения.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ В МАЛЫХ ГРУППАХ

1.1 Понятие малая группа и ее роль в образовательном процессе

Учеными социологами и психологами были сформулированы различные определения малой группы. Среди них можно выделить следующих авторов.

В начале XX столетия Ч. Кули впервые выделил первичные группы (малые контактные группы), которые характеризуются интимными, «лицом к лицу», контактами и сотрудничеством между людьми.

Спустя сорок лет Дж. К. Хомане определяет малую группу как группу лиц, которые связаны друг с другом в течение некоторого периода времени; группу, которая достаточно мала, так что каждое лицо в состоянии поддерживать связь со всеми остальными не через других, а непосредственно (лицом к лицу).

В то же самое время Р. Ф. Бейле дает следующее определение малой группы: некоторое число людей, взаимодействующих друг с другом в процессе одной или нескольких встреч лицом к лицу, что позволяет формировать представление друг о друге и личностно реагировать на любого члена группы.

По прошествии пятидесяти лет расширилась трактовка малой группы, и сменились акценты в ее определении. Так, А. Кэррон и Л. Брэулей характеризуют группу как социальную структуру, состоящую из двух и более индивидов, которые идентичны друг другу, имеют общие цели и потребности, разделяют общую судьбу, демонстрируют структурированные паттерны интеракций и способов коммуникации, личностно и инструментально взаимозависимы, привлекательны друг для друга и рассматривают себя как группу [16].

Психологический словарь дает следующее определение: «Малая группа – относительно немногочисленная общность людей, находящихся между собой в непосредственном личном общении и взаимодействии» [12].

Советский и российский философ и психолог Б. Д. Парыгин определяет малую группу как «немногочисленную общность людей, которые находятся друг с другом в самом непосредственном (лицом к лицу) психологическом контакте» [17].

Ян Щепаньский представляет следующее определение малой группы: «Малая группа – определенное число лиц (не меньше трех), связанных системой отношений, регулируемых ценностями и отделенных от других общностей определенным принципом обособления» [20].

В основу исследования возьмем определение Галины Михайловны Андреевой – советского и российского социального психолога и социолога – которая под малой группой понимает немногочисленную по составу группу, члены которой объединены общей деятельностью и находятся в непосредственном личном общении, что является основой для возникновения эмоциональных отношений, групповых норм и групповых процессов [17].

Проанализировав каждое из определений «малая группа» можно выделить ее ключевые признаки – немногочисленность и контактность.

Групповое обучение использовалось в педагогике довольно давно. Идея обучения в группах относится к XIV веку. Некоторые характерные черты работы в малых группах и сама идея активизации детской активности и самостоятельности в работе прослеживаются уже в методах педагогов-гуманистов Я. А. Коменского ("декурии и декурионы"), Г. Песталоцци (создание учебных возрастных групп), Белль и Ланкастера (система взаимного обучения) и др.

Обучение в малых группах интересно с точки зрения педагогической по нескольким причинам:

1) как способ активизации деятельности каждого ученика;

2) как способ формирования чувства самостоятельности и ответственности за свою деятельность и деятельность малой группы;

3) как способ социализации деятельности учащихся (способности к взаимодействию, выполнению разных социальных ролей);

4) как способ формирования коммуникабельности детей.

Выдающийся чешский педагог-гуманист Я. А. Коменский, стремясь активизировать деятельность учащихся, считал, что учитель на уроке должен работать не с несколькими десятками учеников, а с несколькими малыми группами. Я. А. Коменский называл их «декуриями» и работу с ними вели "декурионы (десятские) из числа самих учащихся. Таким образом, труд преподавателя уменьшается. Все будут учиться, так как никто из всего класса не останется без внимания.

Песталоцци ставил проблему создания учебных групп в соответствии с возрастом детей. Он обращал внимание на то, что старшие дети охотно и с пользой для себя разъясняют младшим приемы и способы оперирования словом и числом, а те легко и быстро усваивают объяснения. Это уже попытка решения проблемы социализации, когда старшие ученики берут на себя роль учителя и пытаются помогать слабым ученикам.

В конце XVIII начале XIX века особой популярностью пользовалась Ланкастерская метода, названная так по имени английского педагога Джозефа Ланкастера, одного из создателей системы взаимного обучения, который одновременно и независимо от английского педагога А. Белла, выдвинул новый метод обучения (Белл-Ланкастерская система). Идея его также заключалась в попытке решить проблему сотрудничества, взаимодействия учащихся.

Сущность его заключалась в том, что лучшие и старшие ученики в школе использовались для того, чтобы через их посредство обучать всех остальных. Учащиеся, разделенные на десятки (отделения), учились у своих старших товарищей (называемых мониторами), знающих немногим более, чем они сами. Мониторы учились сами и учили своих товарищей под руководством педагога, от которого получали инструкцию чему и как нужно учить в предстоящий день. В России школы, работавшие в этой системе, стали открываться с 1819 года, но широкого распространения не получили [11].

Современные педагоги мирового уровня, такие как Элиот Аронсон, Роберт Славин, Дэвид Джонсон, Роджер Джонсон, Рон Миллер, К. Роджерс, рассматривают обучение в малых группах или обучение в сотрудничестве как наиболее успешную альтернативу традиционным методам [19]. Одним из направлений такого обучения является личностно-ориентированный подход к процессу обучения. Известно, что личностно-ориентированное обучение предполагает необходимость дифференциации обучения, ориентации на личность учащегося, интеллектуальное и нравственное развитие целостной личности, а не отдельных качеств человека [3].

Сохраняя конечную цель и основное содержание образовательного процесса, обучение в сотрудничестве изменяет привычные, транслирующие формы на диалоговые, основанные на взаимопонимании и взаимодействии участников образовательного процесса. При этом важно не только овладение знаниями, умениями и навыками каждым учащимся на уровне, соответствующем индивидуальным особенностям развития, но и важен эффект социализации, формирование коммуникативных умений.

1.2 Особенности индивидуальных и групповых занятий

Каждый педагог в своей практике, рано или поздно, сталкивается с необходимостью проведения индивидуальных занятий. Данный вид занятий имеет свои преимущества и недостатки и предполагает особый подход от учителя.

Индивидуальные занятия требуют от преподавателя разработку методики и подготовку материала с учетом индивидуальных особенностей и потребностей обучающегося.

Скорость прохождения материала и продолжительность занятий определяется также способностями и потребностями самого обучающегося [17].

Особенностью индивидуальных занятий является более высокий уровень мотивации и ответственности обувающегося. Занятия, проходящие один на один преподавателем, вынуждают обучающегося концентрироваться на изучаемом материале, не отвлекаясь на внешние факторы. Отсутствие других учеников вынуждает обучающегося более ответственно подходить к изучению материала и выполнению домашних заданий.

Индивидуальные занятия, в отличие о групповых, дают большие возможности педагогу для контроля знаний обучающегося. Уделяя все время занятия только одному обучающемуся, учитель может лучше отслеживать прогресс или регресс навыков и умений ученика.

Еще одной особенность индивидуальных занятий является то, что ученик сам задает темп обучения и прохождения материала. Преподаватель, в свою очередь, не сталкивается с рядом сложностей, которые возникают в группе: разный уровень овладения разными навыками, успеваемость, отсутствие на занятиях [17].

Индивидуальные занятия также имеют и свои недостатки.

Отсутствие других обучающихся зачастую не дает ученику объективно оценивать свой уровень успеваемости. А отсутствие конкуренции среди учеников снижает активность учащегося, что сказывается на его знаниях, а в некоторых случаях приводит и к полной потери интереса к процессу обучения.

Одним из эффективных современных методов обучения является обучение в малых группах [19]. Рассмотрим особенности данного метода.

Важнейшим элементом обучения в малых группах является доброжелательная атмосфера и положительное взаимодействие в коллективе. В такой обстановке школьнику не только приятно получать знания, но и находить единомышленников [19].

Немало важным условием для успешного обучения в малых группах является регулярный контроль выполнения домашних заданий, постоянная тренировка правильности оформления ответов и контроль за временем выполнения заданий [16].

Обучение в малых группах имеет ряд преимуществ перед индивидуальной формой обучения. Одно из таких преимуществ заключается в том, что учащийся имеет возможность знакомится со сверстниками или даже заводить новых друзей. Задача преподавателя состоит в том, чтобы грамотно и методично организовать обучение в сотрудничестве, что только поспособствует укреплению доброжелательных отношений в коллективе.

Вторым преимуществом обучения в малых группах является то, что такое обучение способствует развитию здоровой конкуренции, что в следствие предает дополнительную мотивацию обучающимся. Ведь никому не захочется быть слабее других.

Несмотря на то, что обучение происходит в малых группах нельзя забывать и об индивидуальном подходе преподавателя к ученикам. Учитель обязан следить за прогрессом каждого отдельного учащегося и при необходимости корректировать методику обучения или уделять больше внимания ученику, у которого возникли трудности, не забывая о других обучающихся.

Во время обучения в малых группах должна присутствовать индивидуальная оценка, самооценка, взаимооценка обучающихся.

1.3 Методика подготовки к единому государственному экзамену по математике в малых группах

В данном параграфе рассмотрим методики подготовки к экзаменам в малых группах различных авторов.

Павлова Т. А. и Уварова М. Н. в своей статье «Подготовка к ЕГЭ по математике в малых группах» пишут, что для успешной сдачи экзамена по математике необходимо придерживаться следующих принципов.

1. Занятия должны быть систематичными и регулярными согласно составленному плану или расписанию. Такой подход поможет планомерно и методично двигаться к цели.
2. Необходимо освоить «специфический математический язык» [19].
3. Необходимо постоянно практиковаться в решении задач.
4. Обязательная проверка полученных ответов.
5. Уделяйте особое внимание геометрическим чертежам при решении задач.
6. Обращайтесь к различным интернет-ресурсам.

Авторы акцентируют внимание на том, что порой соблюдение данных принципов не всегда приводит к желаемому результату. В этом случае необходимо подключать дополнительную помощь. Этой помощью могут являться занятия в малых группах.

Первое занятие следует посвятить пробному тестированию. Оно даст понять преподавателю уровень знаний обучающихся и составить поурочное планирование. Пробное тестирование сразу проверяется и подробно разбирается с учащимися. Такие проверочные работы следует проводить один раз в месяц.

Важно обращать внимание на психологическую подготовку учащихся к экзамену. С каждым учащимся следует поговорить и определить его мечту (куда он мечтает поступить). На основе этой мечты формулируется цель, а на основе цели уже планируются действия. Учащемуся следует дать понять, что недостаточно решать только те задания, которые позволят набрать нужные баллы, необходимо решать, как минимум, на пять баллов больше.

После того, как учащийся познакомился с первой частью экзамена, это происходит приблизительно за семь занятий, его следует начать знакомить с заданиями второй части. Хорошую практику показывает разбор элементарной экономической задачи [19]. Ученик, самостоятельно разобравшись в решении задачи, которая раньше казалось ему непреодолимо сложной и которую он не собирался решать, воодушевляется. На данном этапе приходит осознание того, что не стоит бояться задач второй части.

Примерно с 11-го занятия процент правильно выполненных проверочных работ постепенно начинает расти [16]. Этот прогресс видят обучающиеся, что поднимает их уровень самооценки, предает уверенности в своих силах и понижает страх перед экзаменационными заданиями.

После 4 месяцев решения первой части экзамена по математике, когда задания начинают стабильно выполняться верно, стоит начинать разбор задания второй части.

Подготовка к единому государственному экзамену требует от ученика, его родителей и преподавателей полной отдачи и является процессом активного взаимодействия всех лиц [13]. Подготовка к экзамену в малых группах должна быть направлена на повторение, систематизацию, закрепление знаний и обретение уверенности в решении задач [19].

Рассмотрим другую методику подготовки к экзамену по математике, предложенную Рябковой Марией Олеговной в статье «Приёмы работы в малых группах при обучении школьников математике на этапе подготовки к итоговой аттестации». Данная статься предлагает варианты использования различных приемов работы с учащимися в малых группах [15].

М. О. Рябкова рассматривает методы работы в малых группах на примере занятия по теме «Многоугольники» в группе из 6 человек.

Первый прием, который предлагает использовать Рябкова, называется «Student Team Learning» (далее – STL). Данный пример уделяет большое внимание «групповым целям» и успеху всей группы, которые могут быть достигнуты только в результате самостоятельной работы каждого члена группы в постоянном взаимодействии с другими членами этой же группы при работе над темой, проблемой или вопросом, подлежащими изучению [15].

Прием STL сводится к трем основным принципам:

1) «награды» – команда, успешно выполнившая предложенные задания, получает сертификат, диплом или другой вид оценки командой деятельности. Особенность данного принципа заключается в том, что команды не соревнуются друг с другом;

2) «индивидуальная» ответственность – каждый участник команды несет ответственность за успех или неудачу группы. Данный принцип стимулирует работу каждого участника группы, способствует взаимопониманию и взаимопомощи в усвоении и понимании материала;

3) равные возможности для достижения успеха означают, что каждый учащийся приносит очки своей группе, которые он зарабатывает путем улучшения своих собственных предыдущих результатов [15].

Рябкова рассматривает применение данного приема на примере занятия по теме «Многоугольники» в группе из 6 человек. В начале занятия перед обучающимися ставится цель – выучить основные формулы площадей многоугольников и научиться применять их на практике. Учащимся необходимо разделиться на две команды, равными по силе. Каждый обучающийся получает лист с заданиями. Учитель объясняет, что за верно выполненные задания, учащиеся будут получать определенное количество баллов. Всего можно получить 39 баллов. Команда, набравшая наибольшее количество баллов получает диплом победителя. Остальные учащиеся, набравшие не менее восьми баллов, получают похвальный отзыв.

Следующий прием называется «1-2-все». Он заключается в том, что сначала каждый участник группы самостоятельно готовит материал. После подготовки члены группы обсуждают свои результаты и готовят вариант материала уже в парах. Затем пары предоставляют свои материалы на обсуждение группе. Группа готовит итоговый вариант материала [15].

Прием обсуждение по кругу предполагает решение заданий у доски в определённом порядке. Задание выполняется не одним учеником, а обсуждается сразу всеми учащимися.

Следующий прием называется «трехшаговое интервью». Данный прием предполагает работу учащихся в парах. Каждая пара получает два задания, причем задания у каждой пары разные. Каждый из учащихся объясняет решение задания и наоборот. В конце группа собирается вместе, и каждый учащийся рассказывает про свое задание всем остальным.

Прием групповой работы «номера» заключается в том, что каждому учащемуся дается свой порядковый номер. Учащиеся в группе поучают одно задание от учителя и выполняют его в группе, по завершению выполнения задания учитель называет номер определённого ученика и тот ученик, чей порядковый номер назвали должен выйти и рассказать про задание и его выполнение. Вместо номеров учитель может присвоить учащимся цвета. В этом случае прием будет называться «цвета».

Следующий прием, который рассматривает Рябкова, называется «Аквариум». Данный прием рассчитан на малые группы по 4 или по 6 человек. Группа делится на пары (получится 2 или 3 пары). Рассмотрим организацию работы, если в группе 6 человек. Члены каждой пары берут на себя исполнение одной из ролей (дублеры). В каждой паре назначаются (выбираются) первый и второй исполнители выбранной (назначенной) роли. Оборудуется место для работы исполнителей трех ролей (смена). Первая смена исполнителей (три человека) располагается у стола, вторая – садится сзади (каждый дублер садится за спиной своего напарника). Учитель устанавливает продолжительность работы смены (2-4 минуты) и дает сигнал к началу работы. Участники первой смены работают, второй – только наблюдают (любое вмешательство наблюдателей в работу запрещено). По истечении установленного времени исполнители меняются местами (пересаживаются). Теперь второй исполнитель работает, а первый наблюдает. Дублеры начинают работу с того места, где ее прервал сигнал о смене участников работы. По сигналу учителя смена повторяется несколько раз. Если учеников в группе 4, учащиеся проводят обсуждение не по три человека, а парами.

Последний прием групповой работы, который рассматривает Рябкова в своей статье, называется «Мозаика». Данный прием основан на идее разделения работы между учащимися и в дальнейшем объединения получившихся результатов. Учитель предоставляет каждому обучающемуся бланк с заданиями по определённой теме. Ученики распределяют задания между собой и решают их. После того, как каждый учащийся справился со своим заданием, учащиеся по очереди предоставляют друг другу полученное решение, которое совместно проверяется, и, если задание выполнено верно записывается в тетрадь [15].

Н. М. Баранова и А. А. Змушко в своей статье «Инновационные технологии: обучение в малых группах по методике сотрудничества» предлагают методику обучения в малых группах на примере проведения практических занятий по математике. Авторы акцентируют внимание, что данная методика подойдёт не только для занятий по математике, но и по информатике и другим предметам.

Занятие следует разбить на две части:

1) обучение в традиционной методике;
2) обучение в сотрудничестве, т.е. в малых группах [6].

Начать занятие следует с сообщения темы и цели урока, проведения актуализации знаний и решения пары заданий по теме урока у доски. Эта часть занятия должна занимать около 20 минут. Вторая часть занятия направлена непосредственно на обучение в сотрудничестве.

Технология обучения в малых группах по методике сотрудничества состоит из трех этапов.

1. Организационный (3-5 минут). На этом этапе происходит разделение обучающихся на малые группы.

2. Групповое решение задачи (25 минут). Каждой группе предлагается выполнить задание, уровни сложности заданий у каждой группы одинаковые. На выполнение задачи отводится определенное время. Преподаватель может предоставить студентам возможность сами определить роли при выполнении задания [3]. Важно чтобы к концу отведенного времени каждый участник группы знал, как решается задание и мог предоставить написанное решение учителю. Возможен другой вариант, учитель назначает лидера малой группы, и сам лидер распределяет задачи между остальными учащимися.

3. Отчет группы о проделанной работе (25 минут). На данном этапе учащиеся должны предоставить результаты своей работы для обсуждения решения с учителем. На данном этапе проверяется правильность решения и уровень умения теоретически обосновать решение.

По окончании работы в малых группах учитель дает обучающимся проверочную работу на 10 минут. В конце занятия подводится итог, учитель оценивает работу каждого обучающегося. Оценка за занятие формируется на основе индивидуальной и групповой работы ученика, причем групповая оценка составляет не более 50 % от общей оценки [6].

Выводы к главе 1

В первой главе было рассмотрены понятия малой группы и ее роль в образовательном процессе, особенности индивидуальных и групповых занятий и различные методики подготовки к экзаменам в малых группах.

В первом параграфе были рассмотрены понятия малой группы социологов и философов разный лет: Кули, Дж. К. Хомане, Р. Ф. Бейле, А. Кэррон и Л. Брэулей, Б. Д. Парыгин, Ян Щепаньский, Г. М. Андреева. В основу исследования было взято определение малой группы Галины Михайловны Андреевой, которая под малой группой понимала немногочисленную по составу группу, члены которой объединены общей деятельностью и находятся в непосредственном личном общении, что является основой для возникновения эмоциональных отношений, групповых норм и групповых процессов.

Групповое обучение использовалось в педагогике довольно давно. Идея обучения в группах относится к XIV веку. Некоторые характерные черты работы в малых группах и сама идея активизации детской активности и самостоятельности в работе прослеживаются уже в методах педагогов-гуманистов Я. А. Коменского ("декурии и декурионы"), Г. Песталоцци (создание учебных возрастных групп), Белль и Ланкастера (система взаимного обучения) и др.

Оптимальный состав группы, по мнению большинства методистов и психологов – 4-6 человек. В группе из 2-3 человек не будет достаточного разнообразия мнений, а если учащихся больше 6, то не все смогут принять активное участие на уроке.

Во втором параграфе были выделены особенности индивидуальных и групповых занятий.

Особенности индивидуальных занятий.

1. Необходимость планирование занятий и подготовки материала с учетом индивидуальных особенностей и потребностей обучающегося.
2. Высокий уровень мотивации и ответственности обувающегося.
3. Контроля знаний обучающегося. Отслеживание прогресса.
4. Индивидуальный темп обучения.
5. Отсутствие конкуренции среди учеников.
6. Снижение активности.

Особенности занятий в малых группах.

1. Доброжелательная атмосфера, которая помогает школьнику найти единомышленников.
2. Регулярный контроль выполнения домашних заданий.
3. Постоянная тренировка правильности оформления ответов.
4. Контроль за временем выполнения заданий.
5. Организация сотрудничества в обучении.

6. Индивидуальный подход.

7. Индивидуальная оценка, самооценка, взаимооценка.

В первой главе были изучены методики подготовки к экзаменам в малых группах различных авторов. Однако рассмотренные методики не в полной мере отражали особенности работы в малых группах. Мало внимание было уделено таким особенностям как создание доброжелательной атмосферы, индивидуальный подход, организация индивидуальной оценки, самооценки и взаимооценки.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ В МАЛЫХ ГРУППАХ

2.1 Планирование подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах

Поурочное планирование подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня должно включать в себя занятия изучения нового материала, закрепления полученных знаний, обобщения и систематизации знаний.

Материал необходимый для изучения и повторения определяется согласно кодификатору проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике [12].

Единый государственный экзамен по математике профильного уровня включает в себя 18 заданий [20].

Первая часть ЕГЭ по математике профильного уровня включает в себя 11 заданий с кратким ответом.

1. *Геометрическая задача (планиметрия)*. Включает в себя задачи с различными видами треугольников, четырехугольников, окружностями, в том числе вписанными и описанными.

2. *Геометрическая задача (стереометрия)*. Включает в себя многогранники (куб, прямоугольный параллелепипед, пирамида, призма), тела вращения (цилиндр, конус, шар) и комбинацию тел.

3. *Задача на нахождение вероятностей события/ий*. Задание требует применения классического определения вероятности и/или теорем о вероятностях событий.

4. *Задача на нахождение вероятностей события/ий повышенной сложности*. Задание требует применения классического определения вероятности, теорем о вероятностях событий, а также формулы Бернулли.

5. *Простейшее уравнение.* Включает в себя рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения.

6. *Нахождение значения выражения.* Включает в себя задания на вычисление значений рациональных, иррациональных, степенных, логарифмических и тригонометрических выражений.

7. *Производная и первообразная.* Включает задания на применение физического смысла производной, геометрического смысла производной, производной к исследованию функций, а также задания на отыскание пощади с помощью первообразной и исследование функции с помощью графика первообразной.

8. *Задачи с прикладным содержанием.* Включает в себя задачи на применение данной физической формулы.

9. *Текстовые задачи.* Включают в себя задачи на движение по прямой, по окружности, по воде, на работу, на проценты, смеси и сплавы.

10. *Анализ графиков функций.* Включает в себя задачи на анализ графиков прямой, параболы, гиперболы, логарифмической и показательной функции, иррациональной и тригонометрической функции и их комбинаций.

11. *Исследование функции с помощью производной.* Включает в себя задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значения функции на отрезке и максимума или минимума функции.

Вторая часть ЕГЭ по математике профильного уровня включает в себя 7 заданий с развернутым ответом:

12. *Уравнения.* Включает в себя рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, а также задание на отбор корней, принадлежащих данному промежутку.

13. *Геометрическая задача (стереометрия).*

14. *Неравенства.* Включает в себя рациональные, показательные, логарифмические неравенства, а также неравенства, содержащие модуль.

15. *Задача по финансовой математике*. Включает в себя задачи о вкладах и кредитовании и экономические задачи на оптимизацию.

16. Геометрическая задача (планиметрия).

17. Задача с параметром.

18. *Задача по теории чисел.* Включает в себя задания про числа и их свойства, числовые наборы на карточках и числах, последовательностях и прогрессиях, а также сюжетные задачи.

Экзамен по математике включает в себя задания по алгебре и по геометрии. Разработаем планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике с учетом проведения занятий по алгебре и по геометрии.

Проанализировав содержание и структуру ЕГЭ по математике, выделим основные темы алгебры и начала математического анализа для изучения и повторения на основе кодификатора проверяемых заданиями экзаменационной работы [12].

1. Числа, степени и корни.
2. Алгебраические выражения.
3. Графики функций.
4. Тригонометрия.
5. Комбинаторика.
6. Теория вероятностей.
7. Показательная функция.
8. Логарифмическая функция.
9. Производная и первообразная.
10. Тестовые задачи и задачи с прикладным содержанием
11. Обобщение и систематизация знаний и умений (решение заданий по алгебре первой части ЕГЭ по математике профильного уровня).

Проанализировав содержание и структуру ЕГЭ по математике, выделим основные темы геометрии для изучения и повторения на основе кодификатора проверяемых заданиями экзаменационной работы [17].

1. Обобщение и систематизации знаний по планиметрии.

2. Многогранники и их свойства.

3. Тела и поверхности вращения.

4. Обобщение и систематизация знаний (решение заданий по геометрии первой части ЕГЭ по математике профильного уровня).

Рассмотрим календарно-тематические планирования (далее – КТП) к комплектам к следующим учебникам:

1) алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 классов. А. Г. Мордкович [9];

2) алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 классов. С. М. Никольский [1];

3) алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 классов. А. Ш. Алимова [13];

4) геометрия. Учебник для 10-11 классов. Л. С. Атанасян [4].

Проанализировав КТП к данным учебникам, распределим часы между выделенными темами.

Блок алгебры и начала математического анализа рассчитан на 132 академических часа, из которых каждой теме отведено следующее количество академических часов.

Тема 1. Числа, корни и степени – 6 часов.

Тема 2. Алгебраические выражения – 5 часов.

Тема 3. Графики функций – 10 часов.

Тема 4. Тригонометрия – 18 часов.

Тема 5. Теория вероятностей – 8 часов.

Тема 6. Показательная функция – 4 часа.

Тема 7. Логарифмическая функция – 6 часов.

Тема 8. Производная и первообразная – 16 часов.

Тема 9. Текстовые задачи и задачи с прикладным содержанием – 19 часов.

Тема 10. Обобщение и систематизация знаний и умений (решение заданий по алгебре первой части ЕГЭ по математике профильного уровня) – 12 часов.

Блок геометрии рассчитан на 40 часов.

Тема 1. Обобщение и систематизации знаний по планиметрии – 12 часов.

Тема 2. Многогранники и их свойства – 9 часов.

Тема 3. Тела и поверхности вращения – 15 часов.

Тема 4. Обобщение и систематизация знаний (решение заданий по геометрии первой части ЕГЭ по математике профильного уровня) – 4 часа.

Таким образом планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня рассчитано на 108 часов (144 академических часа) с учетом занятий по алгебре и геометрии.

Полное планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня представлено в Приложении А.

2.2 Система практических заданий по подготовке к ЕГЭ по математике для малых групп

Учащиеся 10-11 классов, приходящие на занятия в малых группах, имеют свои особенности. Каждый ученик имеет разный уровень подготовки, это обусловлено тем, что в разных школах преподают по разным программам и учебникам. Учащихся, которые хотят обучаться в малых группах для подготовки к ЕГЭ по математике, объединяет единая цель – успешно сдать экзамен. Однако, одни обучающиеся хотят лишь преодолеть порог и набрать минимальное количество баллов для поступления в университет, другие хотят получить максимальный балл на экзамене. Желание учеников обучаться в малых группах может быть обусловлено и другими, второстепенными целями: познакомиться со сверстниками, обзавестись друзьями, для кого-то занятия в малых группах финансово выгоднее, чем индивидуальные.

Для того, чтобы обеспечить индивидуальный подход к обучающимся, систематический контроль, а также помочь им в достижении их целей, преподаватель формирует группы по 4 человека, основываясь на уровне знаний обучающихся и на их целях. Уровень знаний позволяет определить входная диагностическая работа, которую пишет каждый учащийся перед началом занятий в группах.

Входная диагностическая работа проверяет общие знания обучающихся по алгебре и геометрии за 9 классов и рассчитано на 60 минут. Работа включает в себя 11 заданий: 8 по алгебре и 3 по геометрии.

Блок алгебры

1. Вычислите $4{,}58 + \frac{1{,}8+1{,}9}{3{,}7} + 5{,}42$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{6\cdot 40}\cdot\sqrt{90}}{\sqrt{6}} + \left(\sqrt{6}\right)^2$.
3. Вычислите $\frac{2^{3{,}5}\cdot 3^{5{,}5}}{6^{4{,}5}}$.
4. Найдите корни уравнения $(x+4)^2 = (x-5)^2$.
5. Решите неравенство $3x^2 + 2x - 5 \leq 0$.
6. Найдите $f(5)$, если дана функция $y = \frac{5}{x} - 3$.
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$.
8. Катер прошел по течению реки за 4 часа такое же расстояние, какое он проходит за 7 часов против течения. Собственная скорость катера 30 км/ч. Определите скорость течения реки.

Блок геометрии

9. Угол *A* параллелограмма *ABCD* в 4 раза меньше угла *B*. Найдите угол *D*.
10. Найдите площадь параллелограмма, у которого стороны 12 см и 5 см, один из углов 150°.
11. Прямая, параллельная основаниям трапеции *ABCD*, пересекает её боковые стороны *AB* и *CD* в точках *E* и *F* соответственно. Найдите длину отрезка *EF*, если *AD* = 35, *BC* = 21, *CF : DF = 5 : 2*.

После выполнения входной диагностической работы учащихся распределяют на группы, с этих пор начинается обучение: восполнение пробелов за 9 классов, если они имеются, изучение нового материала и подготовка ЕГЭ по математике профильного уровня.

Подготовка к экзамену предполагает решение большого количества различных заданий за ограниченное время. Заданий должно быть достаточно, чтобы учащийся смог запомнить и отработать алгоритм решения задания. Для этого нужна система практических заданий по различным темам. Такая система должна включать в себя не только типовые задания ЕГЭ по математике, но и упражнения для актуализации знаний, которые подготовят учащихся к решению экзаменационных заданий. Система практических заданий должна в себя включать упражнения базового уровня (прототипы экзаменационных заданий) и упражнения повышенной сложности. Задания повышенной сложности необходимы в тех случаях, когда учащемуся уже даются легко типовые экзаменационные задания. Грамотно составленная система практических заданий позволит обеспечить индивидуальный подход к каждому обучающемуся.

При разработке такой системы по темам «Упрощение алгебраических дробей», «Графики функций», «Вычисление тригонометрических выражений» были использованы следующие источники:

1) открытый банк заданий ЕГЭ по математике профильного уровня на сайте Федерального Института Педагогических Измерений (далее – ФИПИ) [18];

2) сборник заданий ЕГЭ 2023 «Математика. Базовый и профильный уровни. 4000 заданий» [10];

3) каталог заданий ЕГЭ по математике профильного уровня на сайте РЕШУЕГЭ [14].

Для того, чтобы было удобно ориентироваться в системе практических заданий, упражнения были разбиты по темам, согласно разработанному планированию (ПРИЛОЖЕНИЕ А). Внутри темы

«Графики функций» были добавлены параграфа. Внутри некоторых темы и параграфов практические задания были разделены по уровням:

– *подготовительный уровень.* Включает себя задания на актуализацию знаний;

– *обязательный уровень*. Включает в себя прототипы экзаменационных;

– *задания повешенной сложности*. Включает в себя дополнительные задания для тех учащихся, которые справились с обязательным уровнем.

Разработанная система заданий по темам «Упрощение алгебраических дробей», «Графики функций», «Вычисление тригонометрических выражений» представлена в Приложении Б.

Качественная и эффективная подготовка к экзаменам предполагает систематический контроль знаний. Он осуществляется за счет проведения проверочных работ. Проверочные работы включают в себя подборку заданий по ранее изученной теме, которые необходимо выполнить за ограниченное время.

При разработке проверочных работ использовались те же источники, что при разработке системы практических заданий:

1) открытый банк заданий ЕГЭ по математике профильного уровня на сайте ФИПИ [18];

2) сборник заданий ЕГЭ 2023 «Математика. Базовый и профильный уровни. 4000 заданий» [16];

3) каталог заданий ЕГЭ по математике профильного уровня на сайте РЕШУ ЕГЭ [14].

Была разработана проверочная работа по теме «Упрощения алгебраических дробей». Работа содержит 18 заданий и рассчитана 30 минут.

1. Упростите алгебраическую дробь:

а) $\dfrac{xy + 3y^2 - x - 3y}{(3y + x)(1 - y)}$;

б) $\dfrac{x^2 - 8x + 12}{6 - x}$;

в) $\dfrac{-2x^3 + 3x^2 - 4x - 9}{2x^2 - 5x + 9}$.

2. Найдите значение выражения:

$$\left(\frac{a + 2b}{a^2 - 2ab} - \frac{1}{a}\right) : \frac{b}{2b - a},$$

при a = *1,6*, b = $\sqrt{2} - 1$.

3. Найдите

$$p(x - 7) + p(13 - x),$$

если $p(x) = 2x + 1$.

4. Найдите $33a - 12b + 3$, если $\frac{a-8b+1}{8a-b+1} = -4$.

5. Найдите корень уравнения $(5x - 8)^2 = (5x - 2)^2$.

6. Найдите корень уравнения $(x - 8)^9 = 1$.

7. Решите уравнение $\frac{x-8}{7x-2} = \frac{x-8}{6x-7}$.

8. Найдите корень уравнения $\frac{4}{x^2-12} = 1$.

2.3 Методика проведения уроков по подготовке к ЕГЭ в малых группах

На уроках по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах должен быть обеспечен индивидуальный подход к обучающимся, осуществлена совместная познавательная деятельность, систематический контроль, самоконтроль и взаимоконтроль знаний обучающихся.

Эффективная подготовка к экзамену содержит уроки изучения нового материала, закрепления, обобщения и систематизации знаний. Приведем структуры к каждому из типов уроков. Один урок длится 45 минут.

Структура урока «Изучение нового материала»:

1) самопроверка или взаимопроверка выполнения домашнего задания (5 минут);

2) актуализация знаний обучающихся в совместной деятельности (10 минут);

3) объяснение нового материала (10 минут);

4) совместное первичное закрепление изученного материала обучающимися (20 минут);

5) постановка домашнего задания (5 минут).

Структура урока «Закрепления полученных знаний»:

1) самопроверка или взаимопроверка выполнения домашнего задания (5 минут);

2) актуализация знаний (5 минут);

3) совместное закрепление изученного материала (10 минут);

4) индивидуальное закрепление пройденного материала (15 минут);

5) взаимоконтроль и самоконтроль выполненных заданий (5 минут);

6) постановка домашнего задания (5 минут).

Структура урока «Обобщения и систематизации знаний»:

1) взаимопроверка выполнения домашнего задания (2 минуты);

2) совместная актуализация знаний (5 минут);

3) проверочная работа (30 минут);

4) совместная работа над ошибками (7 минут);

5) постановка домашнего задания (1 минута).

Особенности методики проведения уроков по подготовке к ЕГЭ в малых группах внедряются на разных этапах урока. Индивидуальный подход к обучающимся достигается за счет дифференцированного подхода на таких этапах урока, как индивидуальное закрепление изученного материала и совместная работа над ошибками. Индивидуальный подход заключается в предоставлении разным обучающимся заданий разных уровней как на самом занятии, так и в домашней работе. Учитель на этапе индивидуального закрепления изученного материала также может индивидуально беседовать с отдельными обучающимися для дополнительного объяснения изученного материала, восполнения пробелов в знаниях.

Совместная деятельность и взаимоконтроль присутствуют на многих этапах урока. Во время взаимопроверки выполнения домашнего задания обучающиеся не только контролируют правильность решения задач друг у друга, но и объясняют материал, и помогают разобраться в задаче другому ученику. На этапах совместной актуализации знаний, первичного закрепления изученного материала, работы над ошибками также происходит взаимодействие обучающихся, они работают сообща: объясняют материал друг другу, совместно выполняют задание, производят взаимоконтроль выполнения задач.

Совместную познавательную деятельность учитель организует таким образом, что один из обучающихся выступает в роли учителя, а остальные учащиеся остаются в роли учеников. Задача ученика в роли учителя заранее подготовить решение задачи, которая еще ни разу не решалась и не разбиралась на занятиях, и на самом уроке попробовать организовать рассуждения обучающихся таким образом, чтобы они самостоятельно пришли к верному решению задания. Главное правило, которому должен следовать ученик в роли учителя: нельзя напрямую подсказывать решение, можно только направлять остальных учеников в верном направлении с помощью вопросов. Задача остальных обучающихся заключается в том, чтобы отвечать на вопросы «учителя», рассуждать и пытаться решить данное задание. Такое распределение ролей проверяет знания всех учащихся, умение ориентироваться в изученном материале, развивает коммуникативные навыки, учит работать в команде. В течение обучения каждый ученик попробует себя в роли «учителя».

Такая организация совместной познавательной деятельности воспринимается обучающимися как некая увлекательная игра, в которой несколько учащихся пытаются разгадать «загадку», а последний пытается остальным в этом помочь.

Самоконтроль осуществляется самими обучающимся во время проверки домашнего задания и решения задач на этапах индивидуального закрепления изученного материала и выполнения проверочных работ.

Систематический контроль организует сам преподаватель, проводя своевременные проверочные работы, согласно планированию.

Рассмотрим методику на примере урока по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах. Все задания, используемые в данном уроке взяты из разработанной системы практических заданий по теме «Графики функций» (ПРИЛОЖЕНИЕ Б).

Тема урока «Анализ графиков функции – график парабола».

Тип урока: закрепление изученного материала.

Цель урока: научится исследовать свойства квадратичной функции, находить неизвестные коэффициенты, находить значение функции по заданному аргументы и наоборот.

Этапы урока:

1) самопроверка или взаимопроверка выполнения домашнего задания (5 минут);

2) актуализация знаний (5 минут);

3) совместное закрепление изученного материала (10 минут);

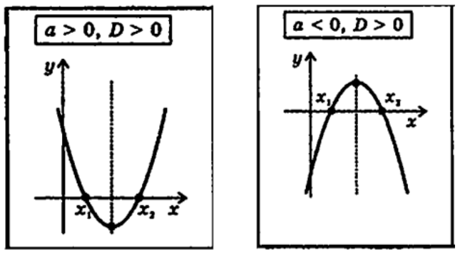
4) индивидуальное закрепление пройденного материала (15 минут);

5) взаимоконтроль и самоконтроль выполненных заданий (5 минут);

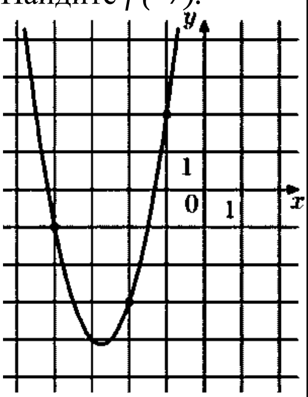
6) постановка домашнего задания (5 минут).

Ход урока приведен в Таблице 1.

Таблица 1 – Ход урока по теме «Анализ графиков функции – график парабола»

Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Записи на доске и в тетради
1	*2*	*3*
1. Самопроверка или взаимопроверка выполнения домашнего задания (5 минут)		
Объявляет учащимся о проверке домашнего задания в парах. В случае, если задание не смог решить никто, задание разбирается на доске учителем.	Обмениваются тетрадями, проверяют домашнюю работу друг у друга. При необходимости объясняют друг другу решение неполучившихся заданий	
2. Актуализация знаний обучающихся в совместной деятельности (5 минут)		
Учитель организует фронтальную работу: выполнение задания подготовительного уровня (ПРИЛОЖЕНИЕ Б) под номера: 6 (в), 2. Просит одного из учащихся выйти к доске и найти значение функции и значение аргумента Вызывает следующего обучающегося к доске. Просит проверить принадлежность точки к графику функции. Вызывает третьего обучающегося к доске, просит показать на графиках, за что отвечают коэффициенты a и c у параболы.	Осознают предстоящую работу Один из учащихся отвечает у доски. Остальные контролируют решение задания, при необходимости корректируют его. Делают записи в тетради. Один из учащихся выполняет задание у доски. Остальные слушают внимательно ответы, при необходимости корректируют их. Делают записи в тетради. Третий учащийся выходит к доске. Чертит графики функции и отмечает взаимосвязь коэффициентов с графиком. Остальные контролируют решение задания, при необходимости корректируют его. Делают записи в тетради.	*Дано:* $f(x) = \frac{x}{3} + 5.$ *Найти:* $f(-6)$ и $f(x) = 6$ *Решение:* 1) $f(-6) = \frac{-6}{3} + 5 = -2 + 5 = 3;$ 2) $\frac{x}{3} + 5 = 6$ $x = 3.$ Принадлежит ли точка с координатами $(2; 15)$ графику функции: $f(x) = 3x^2 + 5x - 7?$ *Решение:* $15 = 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 7$ 15 =15 значит принадлежит. а – направление ветвей параболы если $a > 0$, то ветви направлены вверх, если $a < 0$, то ветви направлены вниз. с – пересечение графика-параболы с осью Оу. Взаимосвязь коэффициентов a и c с графиком параболы показана на рисунке 1  Рисунок 1

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*
3. Совместное закрепление изученного материала (10 минут)		
Организует совместную познавательную деятельность: один учащийся выступает в роли учителя, другие в роли учащихся. Учитель предлагает решить типовое экзаменационное задание из системы практических заданий по теме «Квадратичная функция. График парабола» (ПРИЛОЖЕНИЕ Б): № 5 На рисунке 2 изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите *f (–7)*.  Рисунок 2 Контролирует работу обучающихся, при необходимости подсказывает.	Учащийся в роли учителя, просит учеников выделить главный вопрос задачи. Учащиеся отвечают, что необходимо найти значение функции при *x = –7*. Учащиеся отмечают, что коэффициенты не даны. Учащийся в роли учителя, спрашивает, как найти коэффициенты по графику функции. Путем обсуждения различных вариантов нахождения коэффициентов, учащиеся приходят к выводу, что необходимо использовать точки, данные на графике. Учащийся в роли учителя спрашивает, что означает, что точка принадлежит графику функции. Учащиеся отвечают на вопрос и приходят к выводу, что координаты точек необходимо подставить в уравнение функции и получить систему из трех уравнений. Обучающиеся совместно находят способ решения системы уравнений. Ученик в роли учителя вызывает одного из учащихся к доске для решения системы уравнений, остальные решают в тетрадях. После нахождения коэффициентов *x = –7* подставляют в найденное уравнение параболы.	*№ 5* *Решение* 1. Координаты точек, принадлежащих параболе: (–4; –1), (–2; –3), (–1; 2). 2. $\begin{cases} -1 = a\cdot(-4)^2 + b\cdot(-4) + c\ (1), \\ -3 = a\cdot(-2)^2 + b\cdot(-2) + c\ (2), \\ 2 = a - b + c\ (3). \end{cases}$ Вычтем (1) – (2) получим: $2 = 12a - 2b\ (4).$ Вычтем (2) – (3) получим: $-5 = 3a - b\ (5).$ 3. Составим систему из получившихся уравнений (4) и (5): $\begin{cases} 2 = 12a - 2b, \\ -5 = 3a - b. \end{cases}$ Умножим второе уравнение на 4: $\begin{cases} 2 = 12a - 2b\ (6), \\ -20 = 12a - 4b\ (7). \end{cases}$ Вычтем (6) – (7): $22 = 2b$ $b = \frac{22}{2} = 11.$ Подставим $b = 11$ в уравнение (6): $2 = 12a - 2\cdot 11$ $24 = 12a$ $a = \frac{24}{12} = 2.$ 4. Для нахождения коэффициента *c* подставим найденные коэффициенты $a = 2$ и $b = 11$ в уравнение (3): $2 = 2 - 11 + c$ $c = 11.$ Таким образом $y = 2x^2 + 11x + 11.$ 5. $f(-7) = 2\cdot(-7)^2 + 11\cdot(-7) +$ $+11$ $f(-7) = 32$ *Ответ: 32.*

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*
4. Индивидуальное закрепление пройденного материала (10 минут)		
Организует индивидуальную работу обучающихся – решение типовых заданий ЕГЭ по теме анализ графиков функции самостоятельно в тетрадях. Задания представлены в Приложении Б, тема «Квадратичная функция, график парабола» номера 4 и 6. При необходимости помогает учащимся.	Самостоятельно выполняют задания в тетрадях.	*№ 4* 1) координаты точек, на параболе: (1; –1), (–2; –4). 2) $\begin{cases} -1 = a + b - 6 \ (1), \\ -4 = 4a - 2b - 6 \ (2). \end{cases}$ Разделим обе части уравнения (1) на 2: $\begin{cases} -1 = a + b - 6 \ (1), \\ -2 = 2a - b - 3 \ (3). \end{cases}$ Сложим (1) + (3): $-3 = 3a - 9$ Выразим a: $a = 2$. Подставим $a = 2$ в уравнение (1): $-1 = 2 + b - 6$ $b = 3$ Таким образом $y = 2x^2 + 3x - 6$. 3) $f(-6) = 2 \cdot (-6)^2 + 3 \cdot (-6) - 6 = 48$. *Ответ: 48.* *№ 6* 1) Координаты точек, на параболе: (3; 1), (4; –2), (6; 4). 2) $\begin{cases} 1 = 9a + 3b + c \ (1), \\ -2 = 16a + 4b + c \ (2), \\ 4 = 36a + 6b + c \ (3). \end{cases}$ Вычтем (1) – (2): $3 = -7a - b$ (4). Вычтем (2) – (3):$-6 = -20a - 2b$ (5). 3) составим систему из получившихся уравнений (4) и (5): $\begin{cases} 3 = -7a - b, \\ -6 = -20a - 2b. \end{cases}$ Умножим первое уравнение на 2: $\begin{cases} 6 = -14a - 2b \ (6), \\ -6 = -20a - 2b \ (7). \end{cases}$ Вычтем (6) – (7): $12 = 6a$. Выразим a: $a = \frac{12}{6} = 2$. Подставим $a = 2$ в уравнение (6): $6 = -28 - 2b$ $-34 = 2b$ $b = \frac{-34}{2} = -17$. 4) Для нахождения коэффициента c подставим найденные коэффициенты $a = 2$ и $b = -17$ в уравнение (1): $1 = 18 - 51 + c$ $c = 34$. Таким образом: $y = 2x^2 - 17x + 34$. 5) $f(10) = 2 \cdot 10^2 - 17 \cdot 10 + 34 = 64$. *Ответ: 64.*

Продолжение таблицы 1

1	*2*	*3*
5. Взаимоконтроль и самоконтроль выполненных заданий (5 минут)		
Организует работу в парах для проверки выполненных заданий.	Работают в парах проверяют выполненные задания друг у друга. При необходимости исправляют ошибки, объясняют правильное выполнение задания.	
6. Рефлексия. Постановка домашнего задания (5 минут)		
Предлагает учащимся оценить свою работу на уроке по трёхбалльной шкале: 3 балла – «я понял материал урока, у меня получилось выполнить предложенные задания»; 2 балла – «мне сложно далось понимание материала, однако получилось выполнить некоторые задания»; 1 балла – «я не понял материал урока, мне не удалось выполнить задания». На основе выставленной оценки, учитель предлагает выполнить следующие номера из Приложения Б, тема «Квадратичная функция, график парабола»: 3 балла – базовый уровень: № 7, № 8; 2 балла – подготовительный уровень: 6 (б), базовый уровень: № 3, № 7; 1 балл – подготовительный уровень: 3 (в), 6 (б) базовый уровень: № 3, № 7.	Анализируют свою работу на уроке. Выставляют себе подходящее количество баллов. Записывают соответствующие номера.	

2.4 Опытная работа по проверке эффективности разработанной методики подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах

Разработанная методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах прошла апробацию на двух группах 10 класса по 4 человека. Занятия в малых группах проводились с ноября 2022 года по май 2023 года. За отведенный период обучения удалось пройти 7 тем по алгебре и 2 темы по геометрии согласно разработанному планированию (ПРИЛОЖЕНИЕ А).

На занятиях в малых был осуществлён систематический контроль результатов обучения на основе выполненных проверочных работ. За отведенный период обучения удалось провести 10 проверочных работ. Результаты контроля фиксировались в журнале.

Результаты проверочных работы представлены в Таблице 2 для первой группы обучающихся и в Таблице 3 – для второй. Таблица содержит номера обучающихся, номер задания, согласно разработанному планированию (ПРИЛОЖЕНИЕ А), максимальное количество баллов, которое можно было набрать за работу, и баллы, которые набрали учащиеся.

Таблица 2 – Журнал. Группа № 1

	Блок алгебры								*Блок геометрии*	
Номер занятия	*1.6*	*2.5*	*3.3*	*4.6*	*4.11*	*5.4*	*6.4*	*7.5*	*1.5*	*2.4*
Ученик № 1	19	18	6	11	10	6	15	14	7	6
Ученик № 2	16	12	6	9	10	5	14	15	5	6
Ученик № 3	14	17	3	12	9	4	14	13	6	7
Ученик № 4	19	15	6	15	10	6	15	15	7	7
Максимальное количество баллов	*20*	*18*	*6*	*15*	*10*	*7*	*15*	*15*	*7*	*7*

Таблица 3 – Журнал. Группа № 2

	Блок алгебры								*Блок геометрии*	
Номер занятия	*1.6*	*2.5*	*3.3*	*4.6*	*4.11*	*5.4*	*6.4*	*7.5*	*1.5*	*2.4*
Ученик № 5	12	13	5	7	6	4	10	11	3	4
Ученик № 6	16	11	3	9	8	5	14	14	5	5
Ученик № 7	14	14	5	11	8	6	13	13	6	5
Ученик № 8	15	15	4	10	7	4	11	13	5	6
Максимальное количество баллов	*20*	*18*	*6*	*15*	*10*	*7*	*15*	*15*	*7*	*7*

Также фиксировалось и выполнение обучающимися домашних работ. На основе проводимого контроля применялись соответствующие меры: беседа с обучающимся и с его родителями. Такие меры положительно влияли на результаты обучающегося.

Был проведен опрос среди учащихся, направленный на определение влияния подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах на успеваемость в школе. Анкета включала в себя следующие вопросы.

1. В какой группе вы обучаетесь?
2. Какие результаты по математике у вас были в школе до того, как вы начали заниматься в малых группах?
3. Почему вы выбрали подготовку к экзамену по математике именно в малых группах?
4. Удовлетворены ли вы качеством занятий?
5. Повлияли и занятия в малых группах на вашу успеваемость?

Опрос был проведен 8 апреля 2023 года. В опросе приняло участие шесть учащихся из восьми: четверо из группы № 1, двое из группы № 2.

Результаты опроса представлены на рисунках 3-7.

Рисунок 3

Рисунок 4

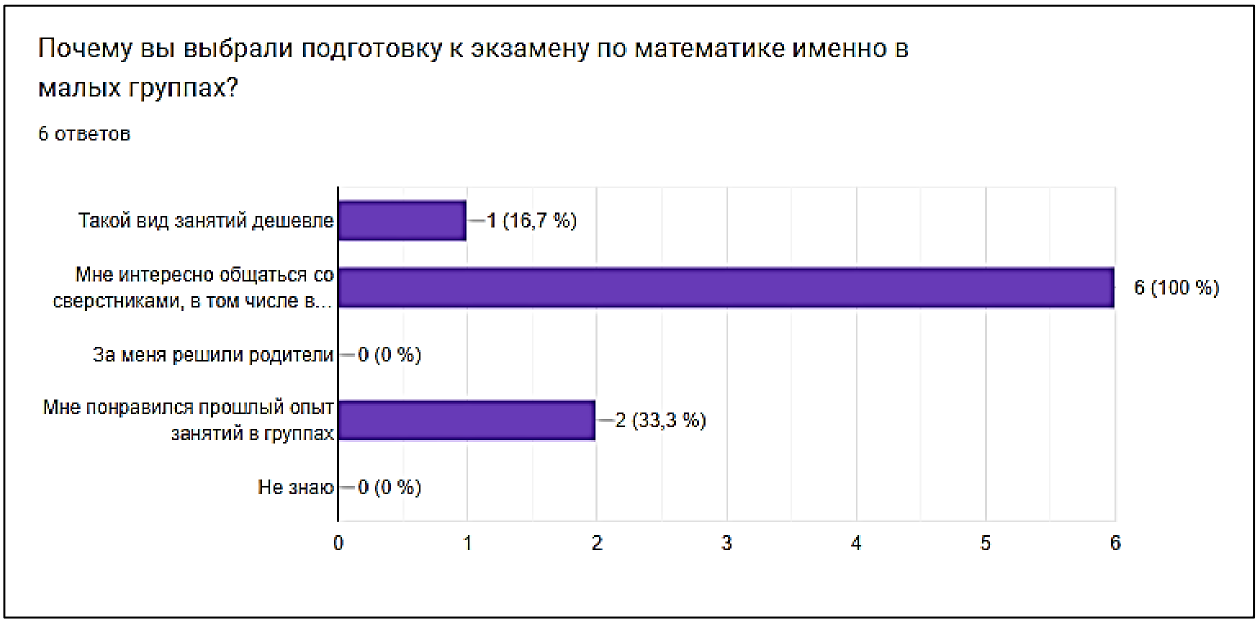


Рисунок 5

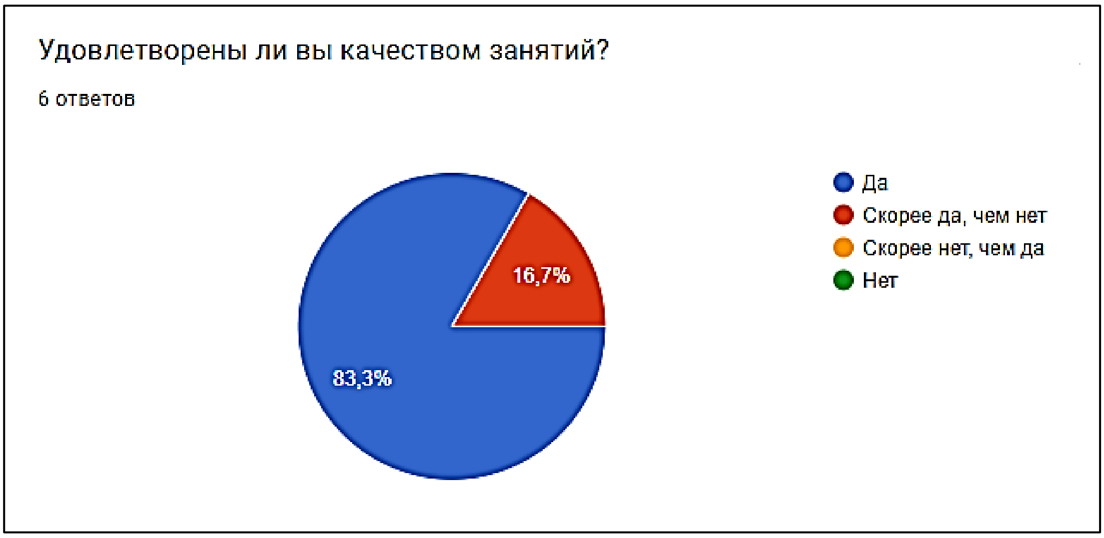


Рисунок 6

Рисунок 7

Все учащиеся, прошедшие опрос удовлетворены качеством занятий, и отметили, что занятия в группе положительно сказалось на успеваемости в школе.

Анализ результатов учащихся и результаты опроса подтвердили гипотезу о том, что методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах будет эффективной, если обеспечить индивидуальный подход к обучающимся, организовать их совместную познавательную деятельность и обеспечить систематический контроль и самоконтроль их учебных достижений.

Выводы к главе 2

Вторая глава исследования включает в себя планирование подготовки к ЕГЭ по математике в малых группа, описывает разработку системы практических заданий и раскрывает методику проведения уроков по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах.

Содержание разработанного поурочного планирования подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня соответствует кодификатору проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике.

При разработке были проанализированы задания ЕГЭ по математике профильного уровня, а также календарно-тематические планирования к комплектам учебников таких авторов, как Мордкович, Никольский, Алимов и Атанасян.

Разработанное планирование включает в себя 11 тем по алгебре и 4 темы по геометрии.

Блок алгебры и начала математического анализа рассчитан на 132 академических часа, из которых каждой теме отведено следующее количество академических часов.

Тема 1. Числа, корни и степени – 6 часов.

Тема 2. Алгебраические выражения – 5 часов.

Тема 3. Графики функций – 10 часов.

Тема 4. Тригонометрия – 18 часов.

Тема 5. Теория вероятностей – 8 часов.

Тема 6. Показательная функция – 4 часа.

Тема 7. Логарифмическая функция – 6 часов.

Тема 8. Производная и первообразная – 16 часов.

Тема 9. Текстовые задачи и задачи с прикладным содержанием – 19 часов.

Тема 10. Обобщение и систематизация знаний и умений (решение заданий по алгебре первой части ЕГЭ по математике профильного уровня) – 12 часов.

Блок геометрии рассчитан на 40 академических часов.

Тема 1. Обобщение и систематизации знаний по планиметрии – 12 часов.

Тема 2. Многогранники и их свойства – 9 часов.

Тема 3. Тела и поверхности вращения – 15 часов.

Тема 4. Обобщение и систематизация знаний (решение заданий по геометрии первой части ЕГЭ по математике профильного уровня) – 4 часа.

Таким образом планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня рассчитано на 108 часов (144 академических часа) с учетом занятий по алгебре и геометрии.

Полное планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня представлено в Приложении А.

Во втором параграфе второй главы в соответствии с планированием и гипотезой исследования была разработана система заданий для подготовки к ЕГЭ по математике, а именно:

1) *входная диагностическая работа*. Работа проверяет знания по алгебре и геометрии за 9 классов;

2) *система практических заданий по темам «Упрощение алгебраических дробей», «Графики функций», «Вычисление тригонометрических выражений».* Система разбита по темам, а некоторые темы на параграфы. Внутри некоторых тем и параграфов практические задания были разделены по уровням: подготовительный уровень, обязательный уровень и задания повышенной сложности. Разработанная система представлена в Приложении Б;

3) *проверочная работа по теме «Упрощения алгебраических дробей».*

В исследовательской работе была разработана методика проведения уроков по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах.

Проведение урока подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах имеет ряд особенностей:

1) длительность занятия 1,5 часа. Частота занятий 2 раз в неделю;

2) несовпадение школьных программ учащихся, а также разный уровень подготовки предполагает дифференцированный подход к обучению;

3) реализация обучения в сотрудничестве;

4) системный контроль и самоконтроль обучающихся;

5) на уроках был реализован индивидуальный подход к учащимся.

В третьем параграфе были разработаны схемы к разным типам уроков: урок изучения нового материала, урок закрепления полученных знаний, урок обобщения и систематизации знаний.

Разработанная методика была подробнее рассмотрена на примере урока по теме «Анализ графиков функции – график парабола».

Методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах прошла апробацию на двух группах 10 класса по 4 человека. Был осуществлён систематический контроль результатов обучения.

Был проведен опрос среди обучающихся двух групп направленный на определение влияния подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах на успеваемость в школе. Опрос прошли 6 обучающихся: 4 учащихся из второй группы, двое учащихся из первой.

Все учащиеся, прошедшие опрос удовлетворены качеством занятий, и отметили, что занятия в группе положительно сказались на успеваемость в школе.

Анализ результатов учащихся и результаты опроса подтвердили гипотезу о том, что методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах будет эффективной, если обеспечить индивидуальный подход к обучающимся, организовать их совместную познавательную деятельность и обеспечить систематический контроль и самоконтроль их учебных достижений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В основу исследования было взято определение малой группы Галины Михайловны Андреевой, которая под малой группой понимала немногочисленную по составу группу, члены которой объединены общей деятельностью и находятся в непосредственном личном общении, что является основой для возникновения эмоциональных отношений, групповых норм и групповых процессов.

Оптимальный состав группы, по мнению большинства методистов и психологов – 4-6 человек.

Были выделены особенности индивидуальных и групповых занятий.

Были изучены методики подготовки к экзаменам в малых группах различных авторов. Однако рассмотренные методики не в полной мере отражали особенности работы в малых группах.

С учетом особенностей проведения урока было разработано планирование подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах, рассчитанное на 144 академических часа.

Разработанное планирование включает в себя 11 тем по алгебре и 4 темы по геометрии.

В соответствии с планированием и гипотезой исследования была разработана система заданий для подготовки к ЕГЭ по математике, а именно: входная диагностическая работа, система практических заданий по темам «Упрощение алгебраических дробей», «Графики функций», «Вычисление тригонометрических выражений, проверочная работа по теме «Упрощения алгебраических дробей».

В исследовательской работе была разработана методика проведения уроков по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах.

Проведение урока подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах имеет ряд особенностей:

1) длительность занятия 1,5 часа. Частота занятий 2 раза в неделю;

2) несовпадение школьных программ учащихся, а также разный уровень подготовки предполагает дифференцированный подход к обучению;

3) реализация обучения в сотрудничестве;

4) системный контроль и самоконтроль обучающихся;

5) на уроках был реализован индивидуальный подход к учащимся.

Разработанная методика была подробнее рассмотрена на примере урока по теме «Анализ графиков функции – график парабола».

Методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах прошла апробацию на двух группах 10 класса по 4 человека. Был осуществлён систематический контроль результатов обучения.

Был проведен опрос среди обучающихся двух групп направленный на определение влияния подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах на успеваемость в школе.

Все учащиеся, прошедшие опрос удовлетворены качеством занятий, и отметили, что занятия в группе положительно сказались на успеваемость в школе.

Анализ результатов учащихся и результаты опроса подтвердили гипотезу о том, что методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах будет эффективной, если обеспечить индивидуальный подход к обучающимся, организовать их совместную познавательную деятельность и обеспечить систематический контроль и самоконтроль их учебных достижений.

В ходе исследовательской работы были выполнены задачи исследования:

1) рассмотрено понятие «малая группа в образовательном процессе» в методической литературе;

2) проведено сравнение и выявлены особенности групповых и индивидуальных занятий;

3) проанализированы методики подготовки к экзаменам в малых группах;

4) разработано планирование подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах;

5) разработана система практических заданий для организации занятий в малых группах;

6) разработана методика проведения уроков по подготовке к ЕГЭ по математике в малых группах с учетом индивидуального подхода к обучающимся, организацией их совместной познавательной деятельности и обеспечения систематического контроля и самоконтроля их учебных достижений.

Таким образом цель исследовательской работы была достигнута, а именно была разработана методика подготовки к ЕГЭ по математике в малых группах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – [8-е издание]. – Москва: Просвещение, 2009. – 430 с. : иллюстрации – ISBN 978-5-09-021132-1.

2. **Андреева, Г. М.** Социальная психология. Учебник для высших учебных заведении / Г.М. Андреева. — Москва : Аспект Пресс, 2001.

3. **Баранова, Н. М.** Инновационные технологии: обучение в малых группах по методике сотрудничества / Н. М. Баранова, А. А. Змушко // Полилингвиальность и транскультурные опыты. – 2008. – № 3.

4. Геометрия. 10–11 классы : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – [22-е издание]. – Москва : Просвещение, 2013. – 255 с. : иллюстрации – (МГУ – школе). – ISBN 978-5-09-030854-0.

5. ЕГЭ : 4000 задач с ответами по математике. Все задания «Закрытый сегмент». Базовый и профильный уровни / И. В. Ященко, И. Р. Высоцкий, А. В. Забелин [и др.] ; под редакцией И. В. Ященко. – Москва : Издательство «Экзамен», 2023. – 639 с. (Серия «ЕГЭ. Банк заданий») – ISBN 978-5-377-18443-0.

6. **Иванова, Е. Г**. Методика обучения в сотрудничестве на начальном этапе средней общеобразовательной школы (на материале английского языка) : специальность 13.00.02 (теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)) диссертация на соискание ученой кандидата педагогических наук : Москва, 2003. – 212 с. – РГБ ОД, 61:04-13/239-2.

7. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2023 г. [Электронный ресурс]. –

Федеральный Институт Технических Измерений (ФИПИ). – URL: http://www.fipi.ru (дата обращения 12.02.2023).

8. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёв [и др.]. – [3-е издание]. – Москва : Просвещение, 2016. – 463 с. : иллюстрации ISBN 978-5-09-037071-4.

9. **Мордкович, А. Г.** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 частях. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – [6-е издание, стереотипное]. – Москва : Мнемозина, 2009. – 424 с. : ил. ISBN 978-5-346-01201-6.

10. **Павлова, Т. А**. Подготовка к ЕГЭ по математике в малых группах / Т. А. Павлова, М. Н. Уварова // Ученые записки ОГУ. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2019. – № 2 (83).

11. **Парыгин, Б. Д.** Социальная психология: учебное пособие для вузов по специальностям психологии. – Санкт-Петербург : СПбГУП, 2003. – С. 257.

12. Психология: словарь / под общей редакцией А. В. Петровского, М. Г. Ярошевского. – [2-е издание, исправленное и дополненное]. – Москва : Политиздат, 1990. – С. 85.

13. **Пупина, Ю. Г.** Специфика проведения индивидуальных занятий. Использование интернет-ресурсов / Ю. Г. Пупина // Вестник Московской международной академии. – 2016. – № 1.

14. Решу ЕГЭ: официальный сайт. – ege.sdamgia.ru, 2023. – URL: https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения 19.01.2023).

15. **Рябкова, М. О.** Приёмы работы в малых группах при обучении школьников математике на этапе подготовки к итоговой аттестации // Концепт. – 2011. – № 1.

16. **Сидоренков, А. В.** Психология малой группы. Методология и теория: учебник и практикум для вузов/ А. В. Сидоренков. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 185 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-08433-7.

17. **Уварова, М. Н.** Актуальные проблемы развития и качества образования на современном этапе. / М. Н. Уварова. Т. А. Павлова // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2017. – № 4(77). – С. 341–344.

18. Федеральный институт педагогических измерений: официальный сайт. – fipi.ru, 2023. – URL: https://fipi.ru/ (дата обращения 15.01.2023).

19. **Чернилевский, Д. В.** Инновационные технологии и дидактические средства современного профессионального образования: Монография / Д. В. Чернилевский, В. Б. Моисеев. – Москва: МГИУ, 2002.

20. **Щепаньский, Я. Ю.** Элементарные понятия социологии / под общей редакцией А. М. Румянцева. – Москва: Прогресс, 1969. – С. 118.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Планирование подготовки к ЕГЭ по математике

Планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня. Блок Алгебра и начала математического анализа приведена в Таблице А.1.

Таблица А.1 – Планирование подготовки к ЕГЭ по математике. Блок алгебра

	Тема	Кол-во академ. часов	Характеристика основных видов деятельности
1	*2*	*3*	*4*
	1. Числа, корни и степени	*6*	Применять свойства степени для нахождения значения выражений. Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Решение задания 6 «Вычисления и преобразования»
1.1	Степень числа с целым показателем.	1	
1.2	Арифметический корень натуральной степени.	1	
1.3	Степень с действительным показателем.	1	
1.4	Иррациональные уравнения	1	
1.5	Систематизация и обобщение	1	
1.6	Контроль знаний	1	
	2. Алгебраические выражения	*5*	Применять правило упрощения алгебраической дроби. Приводить алгебраическую дробь к общему знаменателю. Решение задания 6 «Вычисления и преобразования»
2.1	Упрощение алгебраических дробей.	1	
2.2	Действия с алгебраическими дробями.	1	
2.3	Упрощение алгебраических выражений (функции)	1	
2.4	Рациональные уравнения	1	
2.5	Контроль знаний	1	
	3. Графики функций	*10*	Знать правила преобразования графиков. Знать свойства функций, уметь строить схематично график. Уметь находить значение функции и значение аргумента функции.
3.1	Определение числовой функции. Основные правила преобразования графиков. Область определения и область значения функции.	1	
3.2	Анализ графиков функции: линейная функция, квадратичная, дробно-рациональная, функция квадратного корня.	8	
3.3	Контроль знаний	1	

Продолжение таблицы А.1

1	*2*	*3*	*4*
	4. Тригонометрия	*18*	Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить на окружности положение точки, 1 соответствующей данному действительному числу. Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа. Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов, суммы и разности косинусов, произведения синусов и косинусов.
4.1	Числовая окружность на координатной плоскости и углы на числовой окружности	1	
4.2	Синус, косинус тангенс, котангенс.	1	
4.3	Тригонометрические функции числового аргумента.	1	
4.4	Вычисление значений тригонометрических выражений	3	
4.5	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений	3	
4.6	Контроль знаний	1	
4.7	Тригонометрические функции.	2	
4.8	Контроль знаний	1	
4.9	Решение простейших тригонометрических уравнений.	2	
4.10	Решение простейших тригонометрических неравенств	2	
4.11	Контроль знаний	1	
	5. Теория вероятностей	*8*	Знать определение вероятности события в классическом понимании. Приводить примеры несовместных событий. Находить вероятность суммы несовместных событий. Находить вероятность суммы произвольных событий. Иметь представление об условной вероятности событий. Иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий. Вычислять вероятность получения конкретного числа успехов в испытаниях Бернулли.
5.1	Классическое определение вероятности	2	
5.2	Теоремы о вероятностях событий	3	
5.3	Формула Бернулли	2	
5.4	Контроль знаний	1	

Продолжение таблицы А.1

1	*2*	*3*	*4*
	6. Показательна функция	*4*	По графикам показательной функции описывать её свойства. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Распознавать графики и строить график показательной функции, изучать свойства функции по графикам. Решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения, используя различные методы. Решать показательные неравенства, используя различные методы.
6.1	Показательная функция, ее свойства и график	1	
6.2	Показательные уравнения	1	
6.3	Показательные неравенства	1	
6.4	Контроль знаний	1	
	7. Логарифмическая функция	*6*	Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода. По графику логарифмической функции описывать её свойства. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами. Распознавать графики и строить график логарифмической функции. Выполнять преобразования графика логарифмической функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции.
7.1	Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график	1	
7.2	Свойства логарифмом	2	
7.3	Логарифмические уравнения	1	
7.4	Логарифмические неравенства	1	
7.5	Контроль знаний	1	

Продолжение таблицы А.1

1	*2*	*3*	*4*
	8. Производная и первообразная	*16*	Находить мгновенную скорость движения материальной точки. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Находить производные элементарных функций. Находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функции. Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой. Записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке. Находить производную сложной функции. Применять понятие производной при решении задач. Находить первообразные функций. Вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона-Лейбница.
8.1	Определение производной	1	
8.2	Физический и геометрический смысл производной	1	
8.3	Производная элементарных функций	2	
8.4	Производная суммы и разности. Производная произведения и частного	1	
8.5	Производная сложной функции	2	
8.6	Максимум и минимум функции	5	
8.7	Контроль знаний	1	
8.8	Понятие первообразной	1	
8.9	Площадь криволинейной трапеции	1	
8.10	Контроль знаний	1	
	9. Текстовые задачи и задачи с прикладным содержанием	*19*	Решать задачи на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений. Решать задачи с помощью числовых неравенств с применением изображения числовых промежутков. Решать задачи с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решать задачи с использованием свойств степеней и корней. Решать задачи с помощью логарифмических, показательных и тригонометрических уравнений.
9.1	Задачи на движение по прямой	2	
9.2	Задачи на движение по окружности	2	
9.3	Задачи на движение по воде	2	
9.4	Задачи на работу	2	
9.5	Задач на проценты, смеси и сплавы	2	
9.6	Задачи на прогрессии	2	
9.7	Контроль знаний	1	
9.8	Задачи с прикладным содержанием	5	
9.9	Контроль знаний	1	
	10. Обобщение и систематизация знаний (решение заданий по алгебре первой части профильного ЕГЭ)	*12*	

Планирование подготовки к первой части ЕГЭ по математике профильного уровня. Блок геометрии приведено в Таблице А.2.

Таблица А.2 – Планирование подготовки к ЕГЭ по математике. Блок геометрия

	Тема	Кол-во академ. часов	Характеристика основных видов деятельности
1	*2*	*3*	*4*
	1. Обобщение и систематизации знаний по планиметрии.	*12*	Решать задачи с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырёхугольниками. Решать задачи с использованием фактов, связанных с окружностями. Находить площади треугольников, четырехугольников и окружности.
1.1	Треугольники.	3	
1.2	Четырехугольники	3	
1.3	Окружность и круг	3	
1.4	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника	2	
1.5	Контроль знаний	1	
	2. Многогранники и их свойства	*9*	Решать задач с использованием свойств многогранников, в том числе правильных многогранников. Находить площадь поверхности многогранника. Находить объем многогранника.
2.1	Призма, прямая призма, правильная призма.	3	
2.2	Параллелепипед, куб.	2	
2.3	Пирамида, правильная пирамида	3	
2.4	Контроль знаний.	1	
	3. Тела и поверхности вращения	*15*	Решать задачи с использованием свойств, признаков и теорем о телах вращения. Находить площадь полной поверхности, боковой поверхности тела вращения. Находить объем тела вращения.
3.1	Цилиндр	3	
3.2	Конус	3	
3.3	Шар	3	
3.4	Комбинации тел вращения	5	
3.5	Контроль знаний	1	
	4. Обобщение и систематизация знаний (решение заданий по геометрии первой части профильного ЕГЭ)	*4*	

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Система практических заданий

Система практических заданий по теме «Упрощение алгебраических дробей»

Обязательный уровень

1. Сократите дробь:

а) $\frac{y^2-16}{3y+12}$;

б) $\frac{(c+2)^2}{7c^2+14c}$;

в) $\frac{a^2+10a+25}{a^2-25}$;

г) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}$.

2. Сократите дробь:

а) $\frac{2x+bx-2y-by}{7x-7y}$;

б) $\frac{8a+4b}{2ab+b^2-2ad-bd}$;

в) $\frac{x^2y+1-x^2-y}{x^2-1}$;

г) $\frac{x^3+2x^2-9x-18}{(x-3)(x+2)}$.

3. Сократите дробь:

а) $\frac{a(x-2y)}{b(2y-x)}$;

б) $\frac{3b-36}{12a-ab}$;

в) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2}$;

г) $\frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2}$.

Задания повышенной сложности

1. Сократите дробь

а) $\dfrac{x^2-2x-3}{(x^2-1)}$;

б) $\dfrac{5x^2-3x-2}{5x^2+2x}$;

в) $\dfrac{3x^2+8x-11}{\frac{1}{3}(x-1)(3x+11)}$;

г) $\dfrac{(x+7)(x-4)}{x^2+5x-14}$.

Система практических заданий по теме «Графики функций»

Подготовительный уровень.

1. Принадлежит ли точка графику уравнения: $x+5y=-8$?

а) (2; –2).

б) (–3; –2).

в) (–8; 0).

г) (3; 1).

2. Принадлежит ли точка с координатами $(2; 15)$ графику функции $f(x)=3x^2+5x-7$?

3. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графиков с осью *Oy:*

а) $y=3x-5$;

б) $y+1{,}5x=10$;

в) $y=-2x^2+3x-4$;

г) $y=1{,}5x^2-x+2$.

4. Пара чисел (6; 4) является решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} ax+2y=26 \\ 4x+by=14 \end{cases}$;

б) $\begin{cases} 5x+by=6 \\ ax+by=0 \end{cases}$.

Найдите значения a и b.

5. Найдите точку или точки пересечения графиков функций:

а) $x + 2y = 0$ и $5x + y = -1$;

б) $y = x^2 + 3x + 1{,}5$ и $y = 2x + 5$;

в) $y = x^2 + 2x - 3$ и $y = -2x^2 - x + 5$;

г) $y = \frac{5}{x} + 3$ и $y = -3x - 9$;

д) $y = 5\sqrt{x}$ и $y = 3x - 7$.

6. Найдите $f(-6)$ и $f(x) = 6$, если дана функция:

а) $x + 2y = 0$;

б) $y = x^2 + 3x + 1{,}5$;

в) $f(x) = \frac{x}{3} + 5$;

г) $y = 5\sqrt{x}$.

Обязательный уровень.

Линейная функция. График прямая.

1. На рисунке Б.1 изображен график функции *f (x)* = *kx*+*b*. Найдите значение *f (–5).*

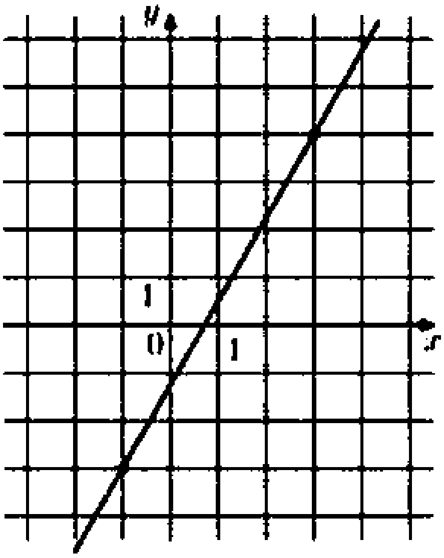


Рисунок Б.1

2. На рисунке Б.2 изображен график функции *f (x)* = *kx*+*b*. Найдите *f (12).*

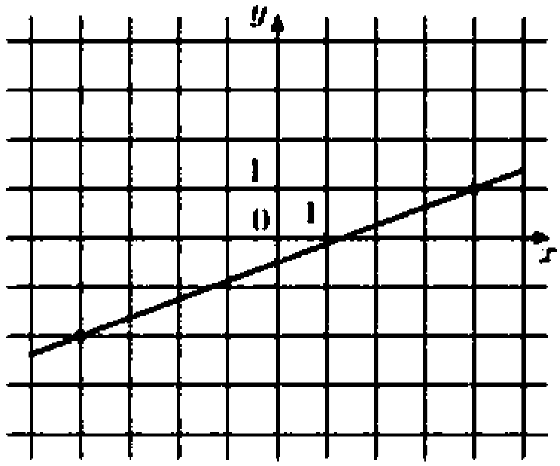


Рисунок Б.2

3. На рисунке Б.3 изображен график функции *f (x)* = *kx*+*b*. Найдите значение *x*, при котором *f (x) = 4,75*.

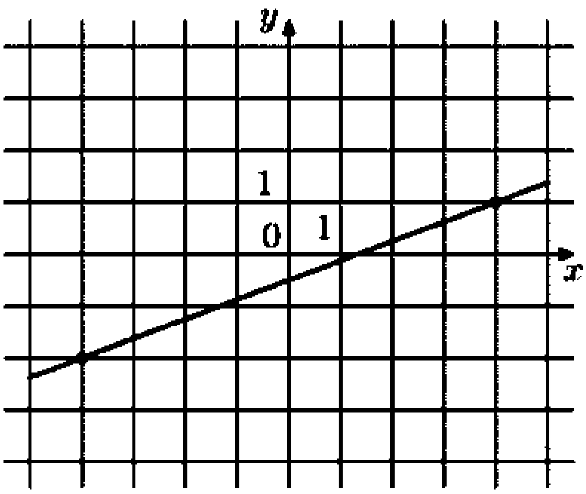


Рисунок Б.3

4. На рисунке Б.4 изображен график функции *f (x)* = *kx*+*b*. Найдите значение *x*, при котором *f (x)* = *–7,25*.

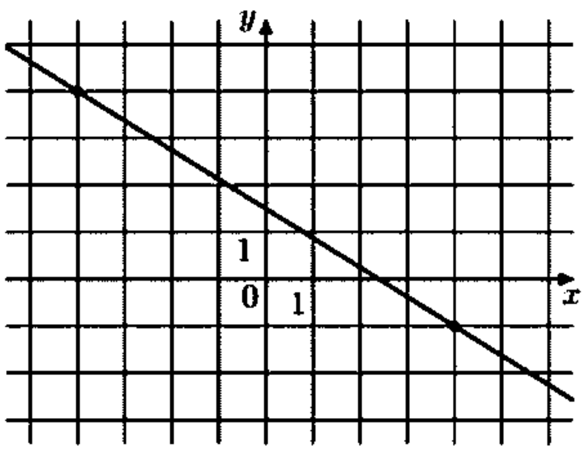


Рисунок Б.4

5. На рисунке Б.5 изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

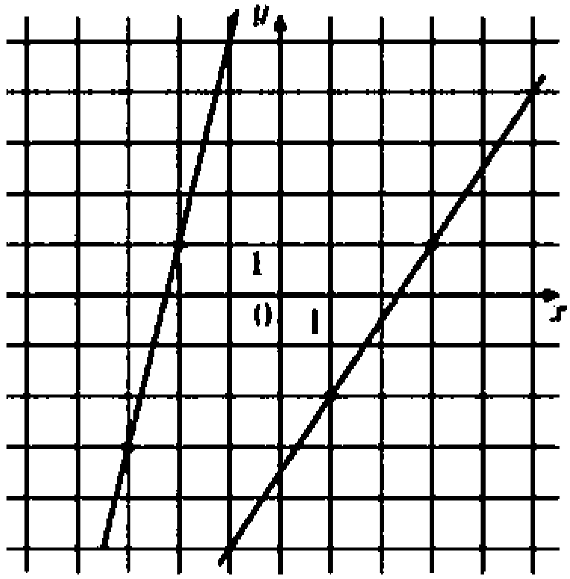


Рисунок Б.5

6. На рисунке Б.6 изображены графики функции $f(x) = kx+b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.

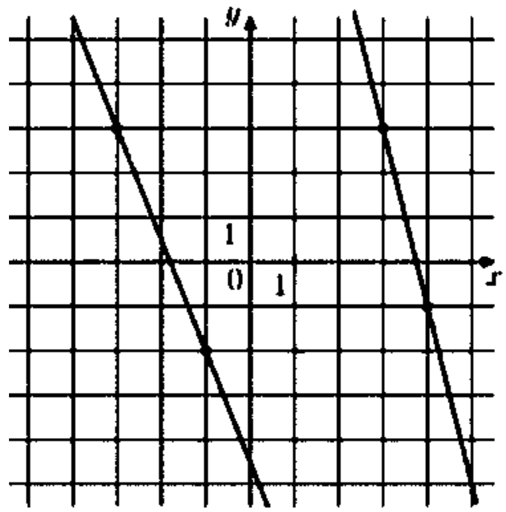


Рисунок Б.6

7. На рисунке Б.7 изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков

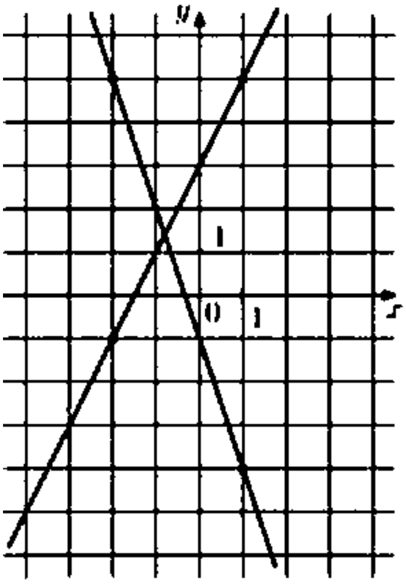


Рисунок Б.7

8. На рисунке Б.8 изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.

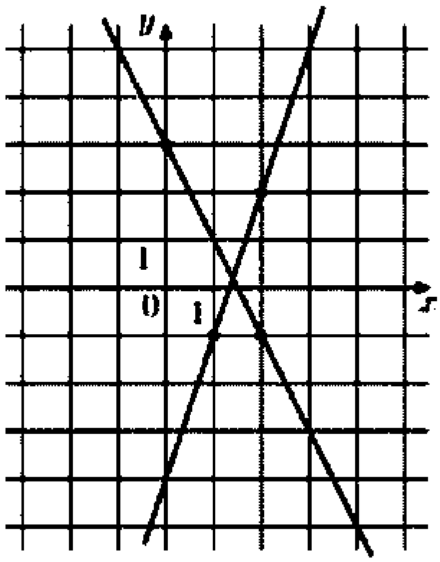


Рисунок Б.8

Квадратичная функция. График парабола.

1. На рисунке Б.9 изображен график функции $f(x) = 2x^2 + bx +$ $+c$. Найдите *f (–5)*.

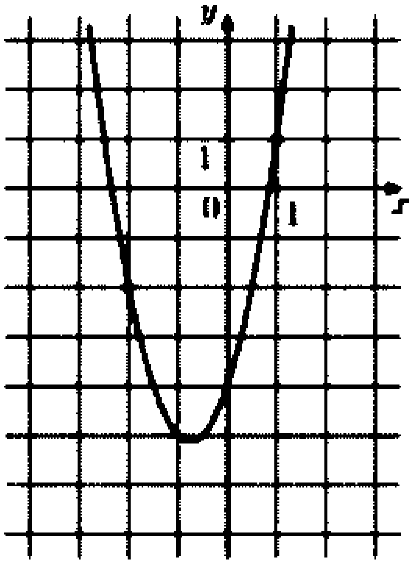


Рисунок Б.9

2. На рисунке Б.10 изображен график функции $f(x) = x^2 + bx +$ $+c$. Найдите *f (–1)*.

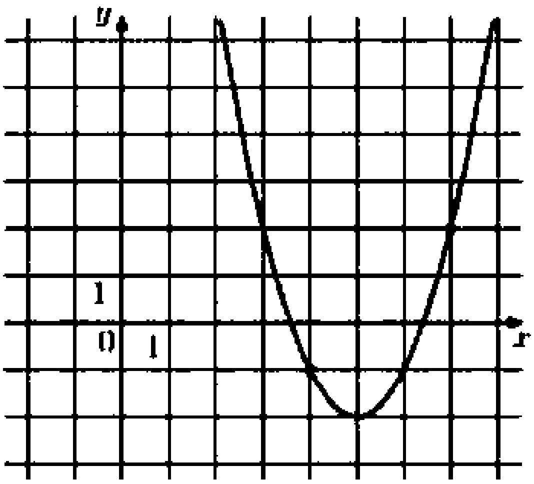


Рисунок Б.10

3. На рисунке Б.11 изображен график функции $f(x) = ax^2 - 3x +$ $+c$. Найдите *f (–4)*.

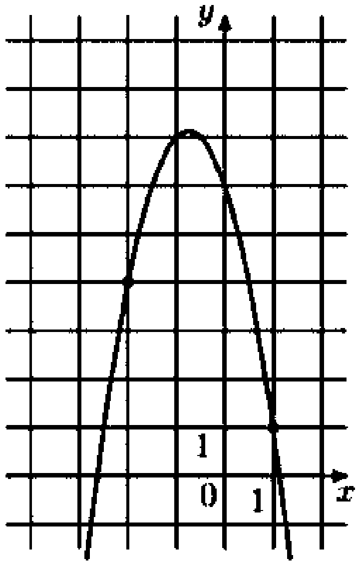


Рисунок Б.11

4. На рисунке Б.12 изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx -$ -6. Найдите $f\,(-6)$.

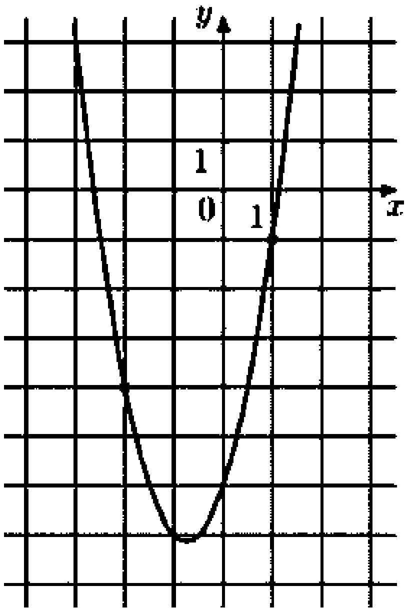


Рисунок Б.12

5. На рисунке Б.13 изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx +$ $+c$. Найдите *f (–7)*.

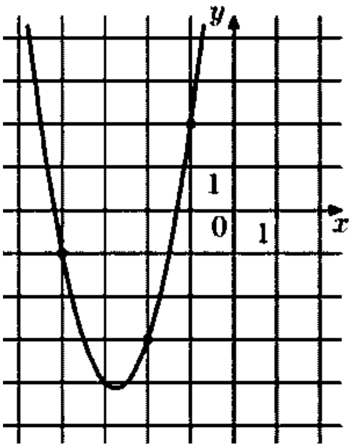


Рисунок Б.13

6. На рисунке Б.14 изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx +$ $+c$. Найдите *f (10)*.

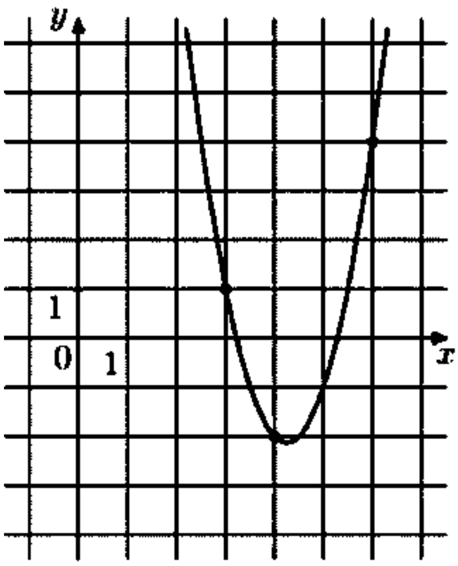


Рисунок Б.14

7. На рисунке Б.15 изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx +$ $+c$. Найдите *f (2)*.

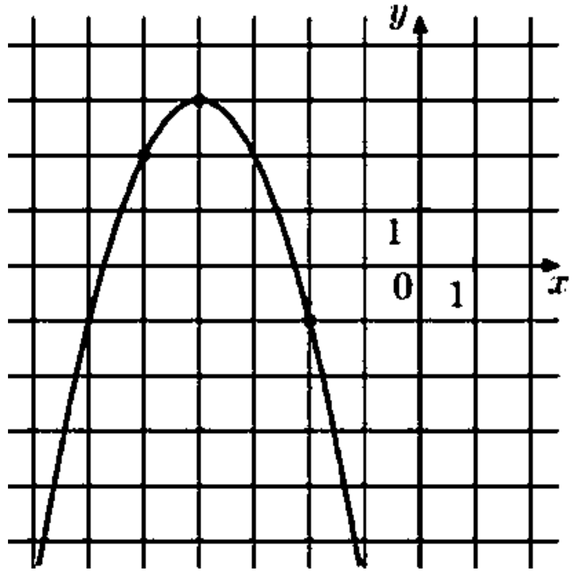


Рисунок Б.15

8. На рисунке Б.16 изображены графики функций:

$$f(x) = 5x + 9 \text{ и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках *A* и *B*. Найдите абсциссу точки *B*.

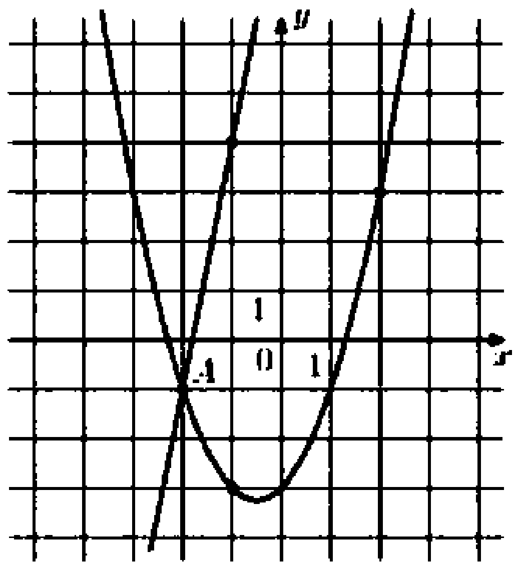


Рисунок Б.16

9. На рисунке Б.17 изображены графики функций:

$$f(x) = -3x + 13 \text{ и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках *A* и *B*. Найдите абсциссу точки *B*.

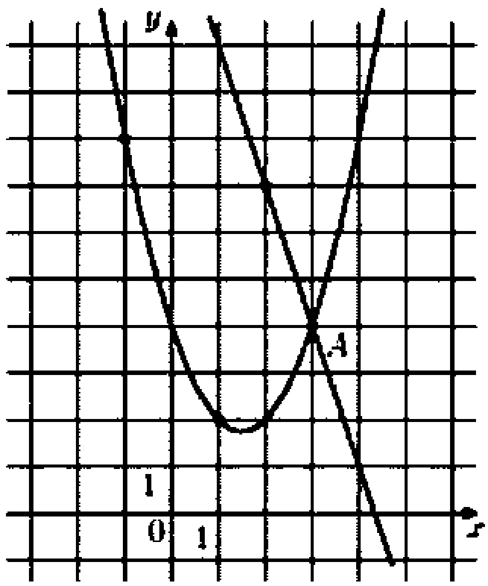


Рисунок Б.17

10. На рисунке Б.18 изображены графики функций:

$$f(x) = 4x^2 + 17x + 14 \text{ и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

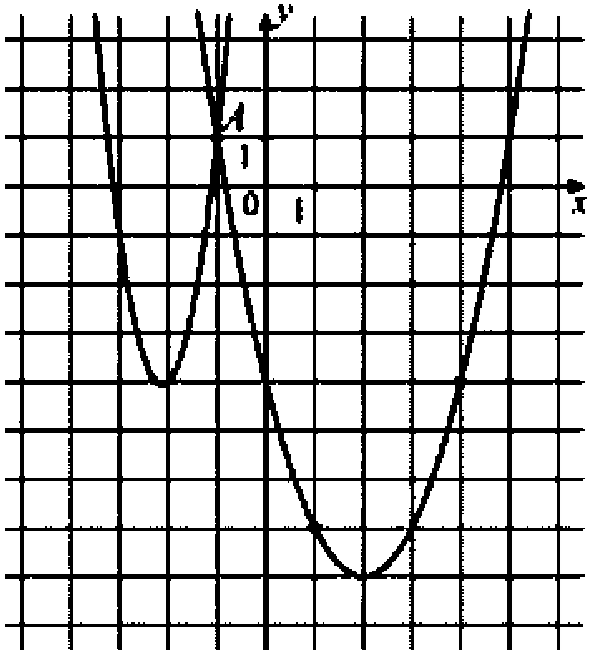


Рисунок Б.18

11. На рисунке Б.19 изображены графики функций:

$$f(x) = -4x^2 - 23x - 31 \text{ и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

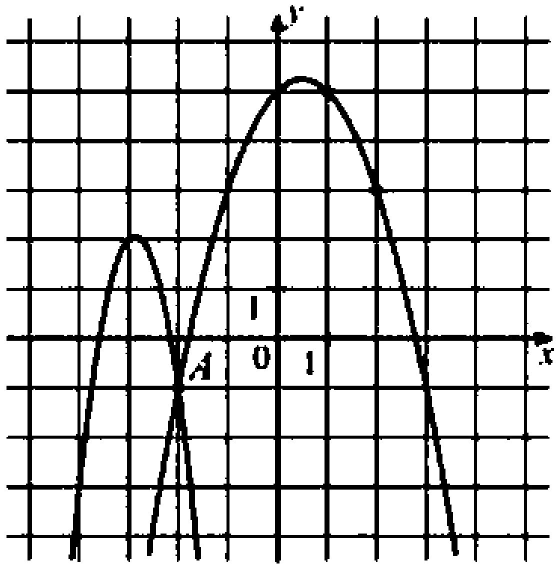


Рисунок Б.19

Гипербола

1. На рисунке Б.20 изображен график функции

$$y = \frac{k}{x} + a.$$

Найдите *f (–12)*.

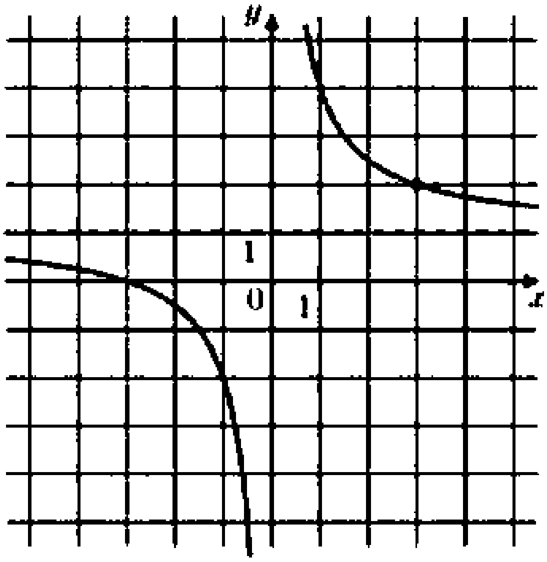


Рисунок Б.20

2. На рисунке Б.21 изображен график функции

$$y = \frac{k}{x} + a.$$

Найдите значение x, при котором значение функции равно 19.

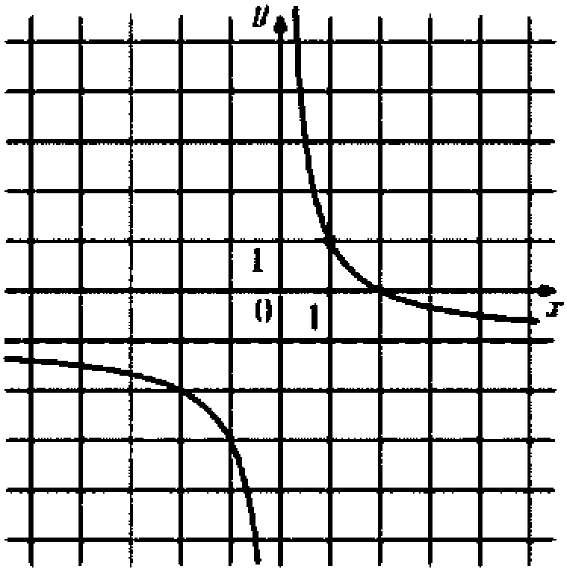


Рисунок Б.21

3. На рисунке Б.22 изображен график функции

$$y = \frac{k}{x+a}.$$

Найдите *f (19)*.

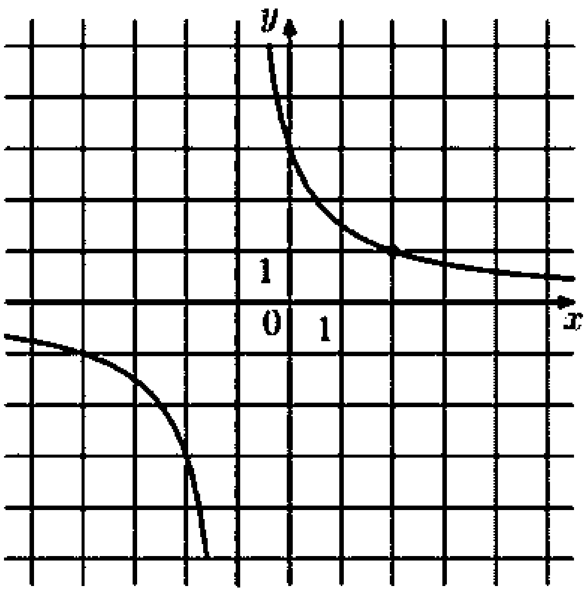


Рисунок Б.22

4. На рисунке Б.23 изображен график функции

$$y = \frac{k}{x+a}.$$

Найдите значение x, при котором значение функции равно 0,2.

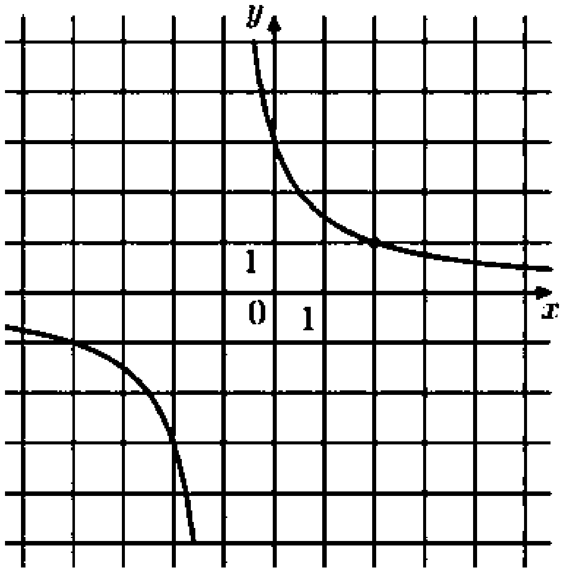


Рисунок Б.23

5. На рисунке Б.24 изображен график функции

$$y = \frac{kx + a}{x + b}.$$

Найдите k.

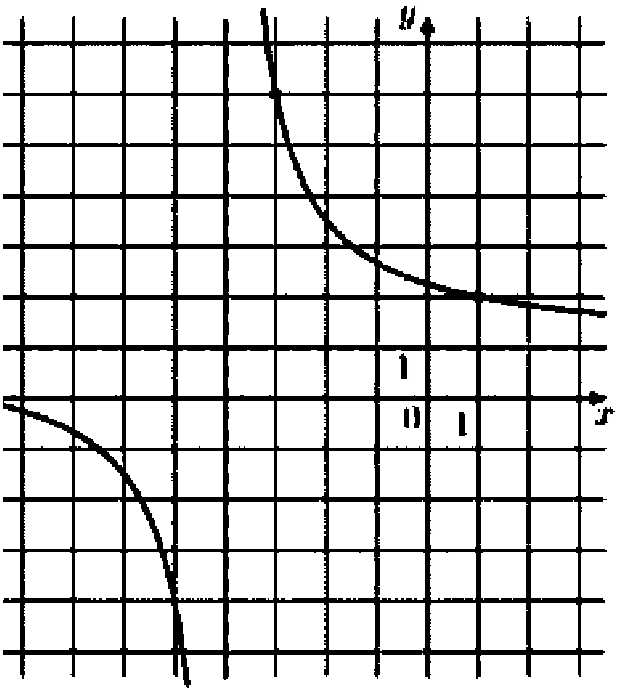


Рисунок Б.24

6. На рисунке Б.25 изображен график функции

$$y = \frac{kx + a}{x + b}.$$

Найдите k.

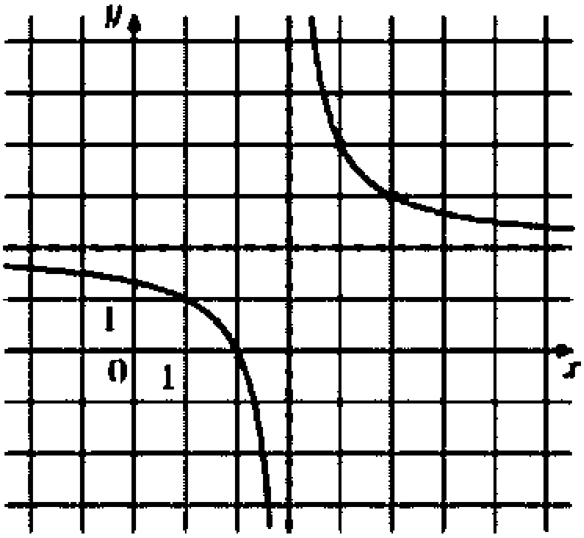


Рисунок Б.25

7. На рисунке Б.26 изображен график функции

$$y = \frac{kx + a}{x + b}.$$

Найдите a.

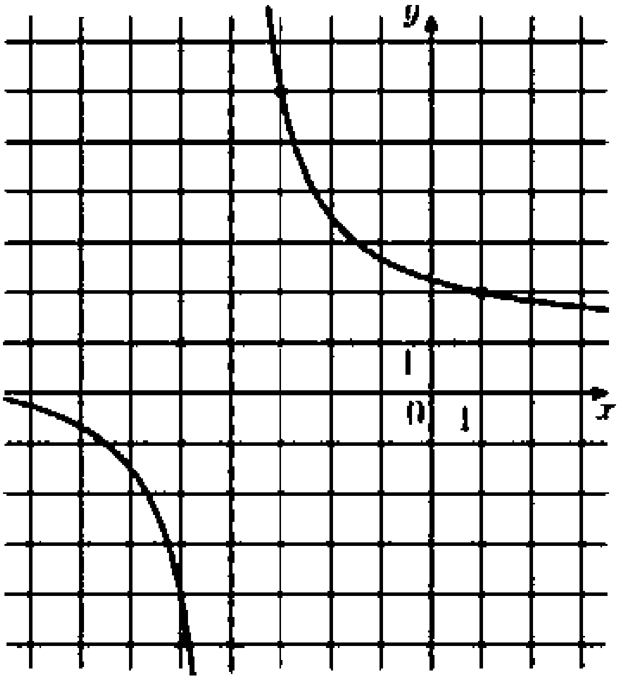


Рисунок Б.26

8. На рисунке Б.27 изображен график функции

$$y = \frac{kx + a}{x + b}.$$

Найдите a.

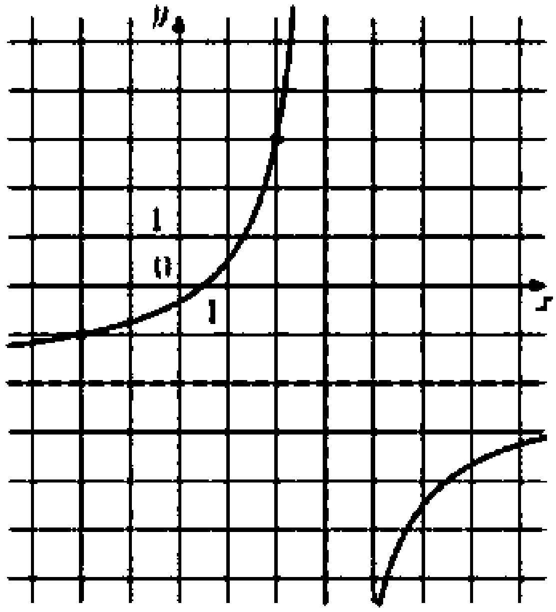


Рисунок Б.27

9. На рисунке Б.28 изображены графики функций

$$f(x) = \frac{k}{x} \text{ и } g(x) = ax + b,$$

Которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

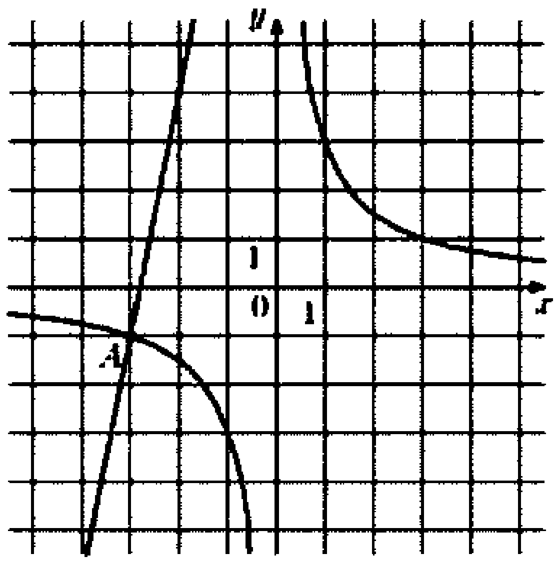


Рисунок Б.28

10. На рисунке Б.29 изображены графики функций

$$f(x) = \frac{k}{x} \text{ и } g(x) = ax + b,$$

Которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.

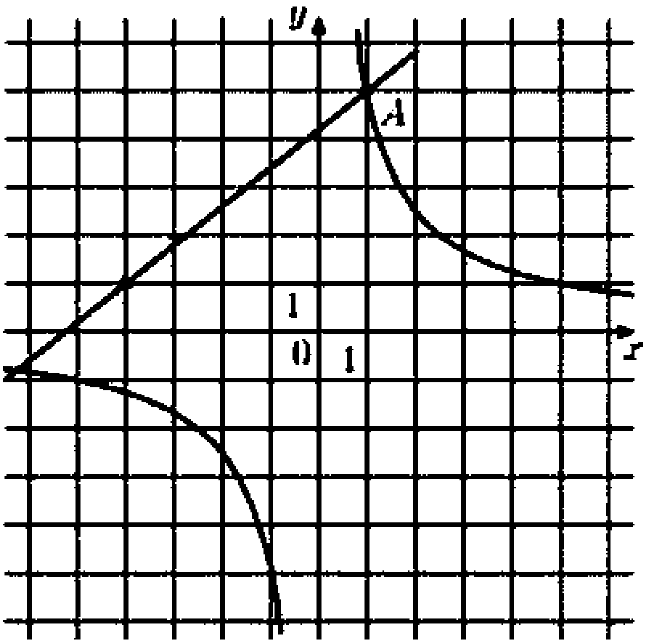


Рисунок Б.29

Иррациональная функция

1. На рисунке Б.30 изображен график функции

$$y = k\sqrt{x}.$$

Найдите *f (6,76)*.

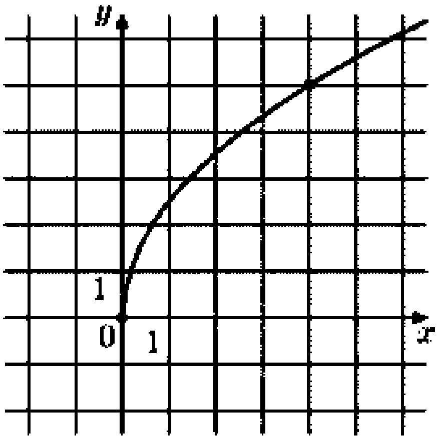


Рисунок Б.30

2. На рисунке Б.31 изображен график функции

$$y = k\sqrt{x}.$$

Найдите значение *x*, при котором *f (x) = 3,5*.

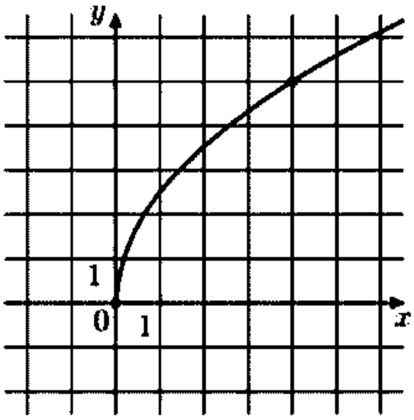


Рисунок Б.31

3. На рисунке Б.32 изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \text{ и } g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.

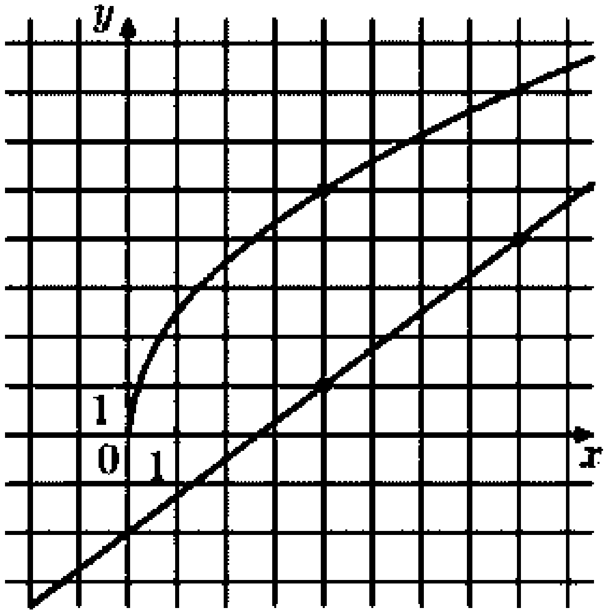


Рисунок Б.32

4. На рисунке Б.33 изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \text{ и } g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.

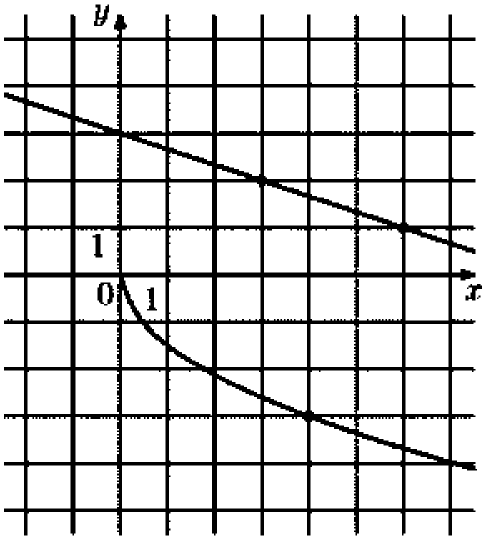


Рисунок Б.33

5. На рисунке Б.34 изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \text{ и } g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.

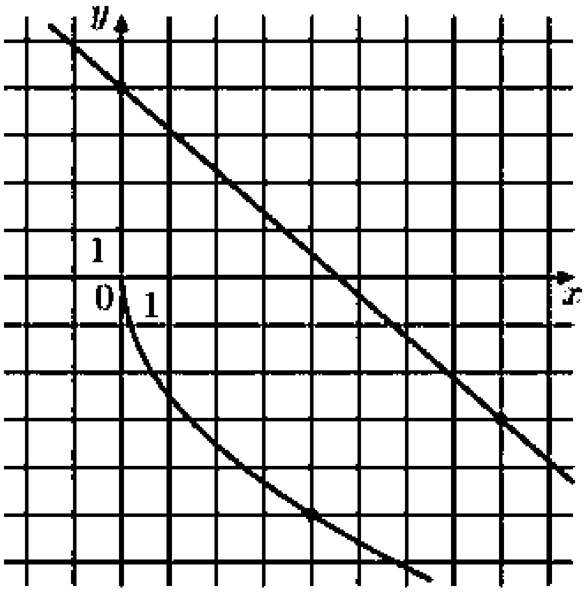


Рисунок Б.34

6. На рисунке Б.35 изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \text{ и } g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.

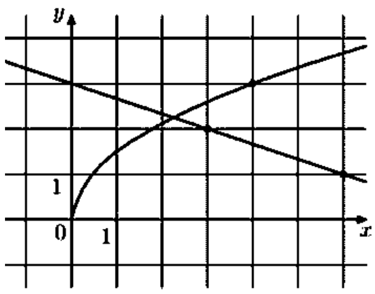


Рисунок Б.35

Система практических заданий по теме «Вычисление тригонометрических выражений»

Обязательный уровень

1. Найдите *3cos α*, если

$$sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ и } \alpha \epsilon \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

2. Найдите *tg α*, если

$$cos\,\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

3. Найдите *5sin α*, если

$$cos\,\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

4. Найдите *tg α*, если

$$sin\,\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} \text{ и } \alpha \epsilon \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$$

5. Найдите *24cos 2α*, если

$$sin\,\alpha = -0{,}2.$$

6. Найдите значение выражения

$$\frac{12\,sin\,11^\circ \cdot cos\,11^\circ}{sin\,22^\circ}.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{24(sin^2 17^\circ - cos^2 17^\circ)}{cos\,34^\circ}.$$

8. Найдите значение выражения

$$\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}.$$

9. Найдите значение выражения

$$\frac{22(\sin^2 72^\circ - \cos^2 72^\circ)}{\cos 144^\circ}.$$

10. Найдите значение выражения

$$5tg(5\pi - \gamma) - tg(-\gamma), \text{если } tg\,\gamma = 7.$$

11. Найдите значение выражения

$$\frac{3\cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}.$$

12. Найдите значение выражения

$$\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}.$$

13. Найдите значение выражения

$$4tg(-3\pi - \gamma) - 3tg\gamma,$$

если $tg\,\gamma = 7$.

14. Найдите

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right),$$

если $\sin\alpha = 0{,}8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

15. Найдите

$$tg\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right),$$

если $tg\ \alpha = 0{,}4$.

16. Найдите

$$7\cos(\pi + \beta) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right),$$

если $\cos\beta = -\frac{1}{3}$.

17. Найдите значение выражения

$$4\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{7\pi}{3}.$$

18. Найдите значение выражения

$$\sqrt{50}\,cos^2\frac{9\pi}{8}-\sqrt{50}\,sin^2\frac{9\pi}{8}.$$

19. Найдите значение выражения

$$8\,sin\frac{5\pi}{12}\cdot cos\frac{5\pi}{12}.$$

20. Найдите значение выражения

$$\sqrt{3}\,cos^2\frac{5\pi}{12}-\sqrt{3}\,sin^2\frac{5\pi}{12}.$$

21. Найдите значение выражения

$$\frac{51\,cos\,4^\circ}{sin\,86^\circ}+8.$$

22. Найдите значение выражения

$$\frac{19}{cos^2\,37^\circ+1+cos^2\,53^\circ}.$$

23. Найдите значение выражения

$$\frac{35\,cos\,11^\circ}{sin\,79^\circ}+7.$$

24. Найдите значение выражения

$$46\,tg\,7^\circ\cdot tg\,83^\circ.$$

25. Найдите значение выражения

$$\frac{14\,sin\,19^\circ}{sin\,341^\circ}.$$

26. Найдите значение выражения

$$\frac{14\,sin\,409^\circ}{sin\,49^\circ}.$$

27. Найдите значение выражения

$$5\,tg\,17^\circ\cdot tg\,107^\circ.$$

28. Найдите значение выражения

$$\frac{12}{sin^2\,37^\circ+sin^2\,127^\circ}.$$

29. Найдите значение выражения

$$\frac{23}{sin^2 56^\circ + 1 + sin^2 146^\circ}.$$

30. Найдите значение выражения

$$\frac{5\,sin\,98^\circ}{sin\,49^\circ \cdot sin\,41^\circ}.$$

31. Найдите значение выражения

$$\frac{5\,sin\,74^\circ}{cos\,37^\circ\,cos\,53^\circ}.$$

32. Найдите значение выражения

$$\frac{-17\,sin\,108^\circ}{sin\,54^\circ\,sin\,36^\circ}.$$

33. Найдите значение выражения

$$\frac{13\,sin\,152^\circ}{cos\,76^\circ\,cos\,14^\circ}.$$